

Microéconomie : Équilibre concurrentiel et défaillances de marché

Partie 1 : L'analyse de l'équilibre partiel

Chapitre 1 : Demande agrégée, offre agrégée, équilibre partiel

Introduction

Comment les objets qui nous entourent voient leur valeur déterminée ?

Les valeurs déterminées sur un marché sont le résultat d'une confrontation offre-demande. Parti pris réducteur, il existe des situations où la valeur des choses est déterminée par la coutume, tradition et non par le marché, pas forcément de rapport entre l'offre et la demande.

Historiquement, économie classique -> met l'accent sur le côté offre, par rapport aux coûts de production. Problème : l'offre n'est pas suffisante pour connaître la valeur, fin du 19^{ème} début du 20^{ème} siècle, la demande a commencé à être prise en compte.

Pour les économistes marginalistes, la valeur est un supplément qu'on retire lorsque que l'on demande une unité supplémentaire d'un certain produit.

Dans quelle mesure cette approche nous donne des éléments qui nous permettent de comprendre le monde qui nous entoure ?

Relation entre les prix et les quantités (exemple du 19^{ème} siècle avec les céréales), les prix changent au cours des années, on s'aperçoit qu'il y a des régularités qui apparaissent systématiquement :

- Corrélation négative entre les quantités et les prix (hausse des prix associée à une baisse des quantités)
- Corrélation positive entre les quantités et les prix (baisse des prix associée à une baisse des quantités)

Si les quantités augmentent parce que l'offre est très grande, une offre abondante va faire baisser les prix et inversement.

Les quantités reflètent un échange mais on ne sait pas si l'offre est plus grande que la demande et inversement.

Grande dépression agricole, crise agricole, prix baissent, les prod vont y perdre mais les conso vont y gagner. Préoccupation politique, sens de la redistribution que les prix impliquent. Certains agents seront favorisés et d'autres défavorisés.

Deux biens : blé (partiel) et la contrepartie de ce bien càd la monnaie (détermine la valeur du blé).

Equilibre partiel = Modèle d'équilibre général.

1. Le cadre général d'équilibre partiel

Deux types d'intervenants : producteurs, offrent le bien (j_1 à j_J , l'indice j représente les producteurs) ; consommateurs, demandent le bien (i_1 à i_I , l'indice i représente les consommateurs).

Caractéristiques de ces deux intervenants :

- Producteurs : techno de production, se résume dans la quantité de monnaie qui est nécessaire de dépenser pour produire un certain nombre de biens, c'est la fonction de coût ($C =$ fonction des coûts de production). C'est une fonction de la quantité que le producteur va produire ($Y =$ quantité produite).
Propriétés de la fonction : croissante, plus je produis, plus ça me coûte ; elle est convexe, sa dérivée seconde est positive pour tout $Y > 0$. Dérivée première = la cout de production de la dernière unité produite, si j'ai déjà produit y unités de biens, cela me coutera $c'_j(Y)$. C'est le coût marginal. Cette unité de bien est celle qui vient après avoir produit Y unités de bien, coût marginal croissant avec Y , si on a déjà produit beaucoup de biens, produire une unité supplémentaire nous coûte plus. On suppose que $c_j(0) = 0$, cela ne me coûte rien de ne rien produire.
- Consommateurs : pas liée à une technologie, goût pour les différents biens. La quantité consommée, demandée, est notée x . il va y avoir une préférence pour la monnaie, sorte de résumé de l'ensemble des biens qui sont laissés dans l'ombre lorsque l'on regarde que le blé, $m =$ monnaie consacrée à l'achat d'autres biens que le blé (ou que le bien considéré noté x). On le caractérise par ses préférences entre ces deux biens. Les préférences du conso i vont être représentées par une fonction particulière : $u_i(x) + m$. Propriétés de cette fonction $u_i(x)$, elle est croissante, l'utilité marginale, le plaisir supplémentaire que je retire de consommer la dernière unité de bien lorsque j'en ai déjà consommé x . Le plaisir augmente avec la quantité que l'on consomme de ce bien. On suppose ne plus que la dérivée seconde est négative (concave), vrai pour tout $x >$ ou égal à 0. L'utilité marginale que je retire est décroissante avec la quantité consommée. Plus on consacre de monnaie aux autres biens, plus l'on est content aussi ; « + » : on compte l'utilité de x dans la même unité que la monnaie, $u_i(x)$ est compté en euros, j'évalue cette fonction en euros. On est capables de faire des comparaisons interpersonnelles de l'utilité. Quantité $m_{barre i} =$ revenu = quantité de monnaie qu'il possède avant d'échanger.

On va évaluer leurs caractéristiques pour déterminer l'offre et la demande sur un marché.

2. L'offre de biens agrégée

Pour produire y , ils doivent dépenser $c_j(Y)$, les producteurs sont disposés à produire Y mais ont besoin de $c_j(Y)$ unité de monnaie (= demande de monnaie de la part des producteurs pour produire $c_j(Y)$).

Ils vont avoir un gain en produisant $Y =$ revenu = recette = produit entre le prix et la quantité produite.

$P =$ prix unitaire du bien vendu par les producteurs.

S'ils font face à un prix P donné, combien les producteurs souhaiteraient-ils offrir. Si le prix est p , je souhaiterais produire, vendre une certaine quantité.

On a déjà produit y , question : est-ce que ça serait avantageux pour augmenter la différence entre les recettes et les dépenses (=profit), de modifier cette quantité y d'un petit montant, de produire une unité de plus ou de moins.

Imaginons que l'on produise une unité supplémentaire du bien, deux conséquences :

- Coût supplémentaire, c'est le coût marginal ($C'_j(Y)$).

- Le prix du bien vendu supplémentaire

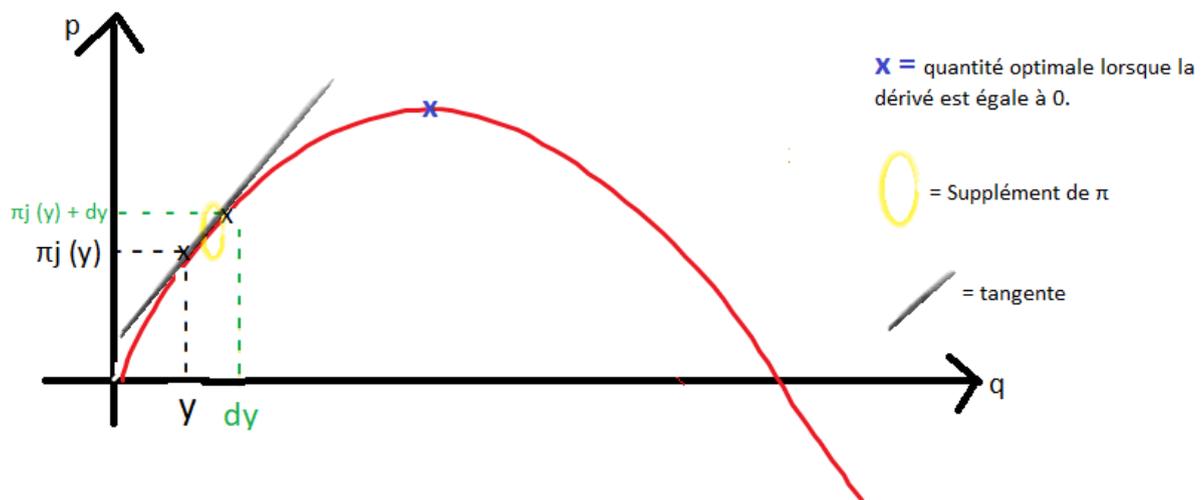
Si $p > C'_j(Y)$: on gagne plus que cela nous coûte, on augmente notre profit, il est avantageux, profitable de produire ce bien.

Si $p < C'_j(Y)$: on gagne moins que cela nous coûte, notre profit diminue, il est désavantageux, non profitable de produire ce bien. La quantité Y n'est pas correctement choisie car il est profitable de réduire la quantité produite d'un bien.

Dans ces deux cas, la quantité Y n'a pas été correctement choisie. Quantité optimale : $p = C'_j(Y)$.

Offre de biens : $Y_j(P) =$ quantité que je souhaiterais produire si le p est tel qu'il est égal au coût marginal.

Pour tout prix, l'offre de l'entreprise J est caractérisée en principes par l'égalité entre le prix et le coût marginal.



$$\Pi_j(y) = py - C_j(y)$$

$$\Pi_j(0) = p \times 0 - C_j(0)$$

$\Pi_j(0) = 0$. Ainsi, la courbe représentative de la fonction de prix part de l'origine (cf graphique).

Calcul de la dérivé première de la fonction de profit :

$$\Pi'_j(y) = p - C'_j(y)$$

La dérivé sera supérieure à 0 si y est proche de 0 et inférieure à 0 si y est grand.

Calcul de la dérivé seconde de la fonction de profit :

$$\Pi''_j(y) = -C''_j(y)$$

Elle est forcément inférieure à 0, négative donc concave.

On suppose que l'entreprise j a produit une quantité y, peut-elle augmenter son profit ? D'après le schéma oui.

Dy -> y change et dy est noté comme une grandeur très petite. De combien va augmenter le profit si on produit y + dy ? Cf cercle jaune sur le schéma.

La tangente du point y par rapport à la courbe de la fonction de profit a une pente égale à la dérivée de la fonction de profit au point y.

Le supplément de profit est égal à la dérivée de la fonction de profit, c'est le profit marginal : $\Pi'_j(y) = p - C'_j(y)$.

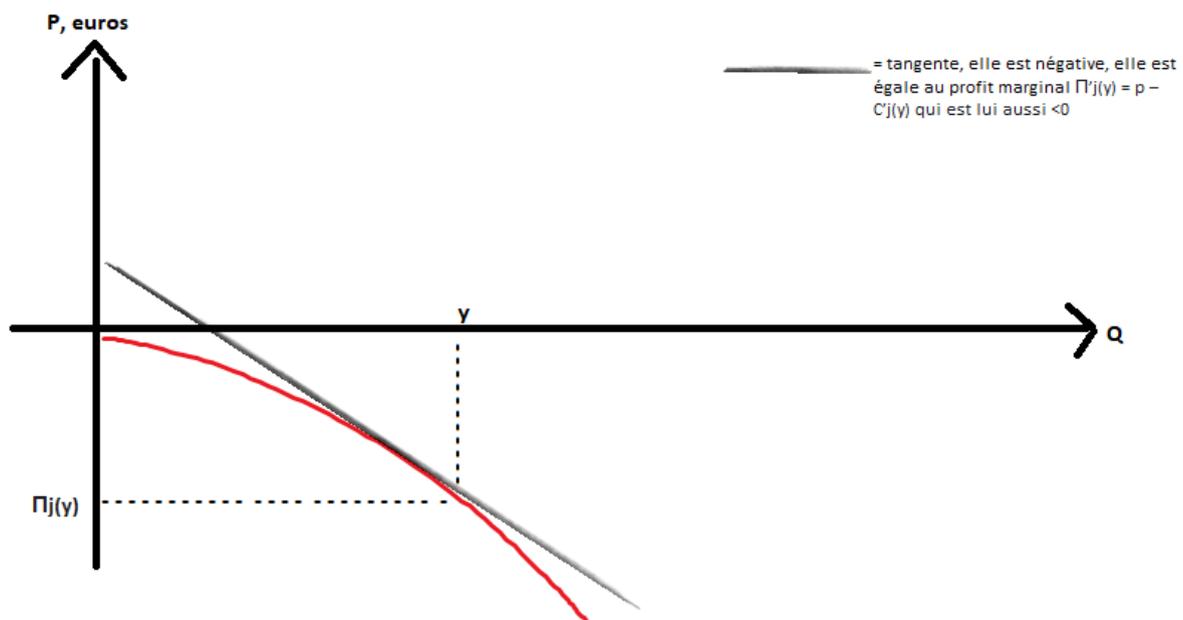
Le changement de profit lorsque l'entreprise j produit dy biens supplémentaires, en ayant déjà produit y est égal à $D \pi_j = (p - c'_j(y)) dy$

Si le premier membre est positif, alors le profit marginal est positif.

Si le prix est plus grand que le cout marginal, choisir d'augmenter la production conduit à une hausse de notre profit. Et inversement, si le prix est inférieur au coût marginal, choisir d'augmenter la production conduit à une baisse de notre profit.

La seule situation dans laquelle le profit ne peut pas augmenter : le prix est égal au cout marginal, point où la dérivée est nulle, c'est entre croissant et décroissant.

La fonction de profit part de l'origine, croissante ou décroissante ?



Dans ce cas elle est toujours décroissante, cas qui maximise le profit : lorsque y est égal à 0. Plus on réduit la quantité, plus notre profit est grand (plus il se rapproche de 0). Caractéristique de cette configuration : la pente du profit en 0 est négative, elle est égale à $p - c'_j(0)$. La première unité produite, nous fait gagner le prix p et perdre le cout marginal de cette unité, or ce dernier est plus grand que le prix, le cout marginal est de plus en plus grand (croissant), on choisit donc optimalement de produire 0 unité.

La fonction d'offre de l'entreprise j est $y_j(p)$ tel que :

- S'il est avantageux de produire une unité supplémentaire, la quantité que l'on va devoir produire est telle que le prix est égal au coût marginal.
- Si p est inférieur à $c'_j(0)$, alors, $y_j(p) = 0$, c'est le meilleur cas possible.

Prenons un exemple : $c_j(y) = \frac{1}{2} a_j y^2$

On regarde si les propriétés sont remplies.

$$c_j(0) = \frac{1}{2} a_j \times 0^2 = 0$$

$$c'_j = \frac{1}{2} a_j \times 2y = a_j y \text{ (ou égal) à } 0 ;$$

$c''_j(y) = a_j > 0$, la fonction est bien convexe et décroissante.

Pour tout prix supérieur à 0, les entreprises vont vouloir produire.

La fonction de coût est bien convexe et croissante. La fonction d'offre doit être trouvée en comparant le prix au coût marginal de produire 0 soit $a_j \times Y$ soit $a_j \times 0$ soit 0.

On doit égaliser le prix au coût marginal.

$$P = c'_j(y) = \frac{1}{2} a_j \times 2y = a_j y.$$

$$Y = p/a_j.$$

Dans cet exemple : on compare le prix au coût marginal, si l'entreprise souhaite produire une quantité positive ou a intérêt à ne pas produire (p positif et plus grand que le C_m). On égalise le p au C_m .

Propriétés de la fonction d'offre : elle est croissante, si l'entreprise fait face à un prix plus élevé, elle souhaiterait produire plus.

- Justification par un argument graphique voir feuille. Fonction de coût représentée sur le graphique.

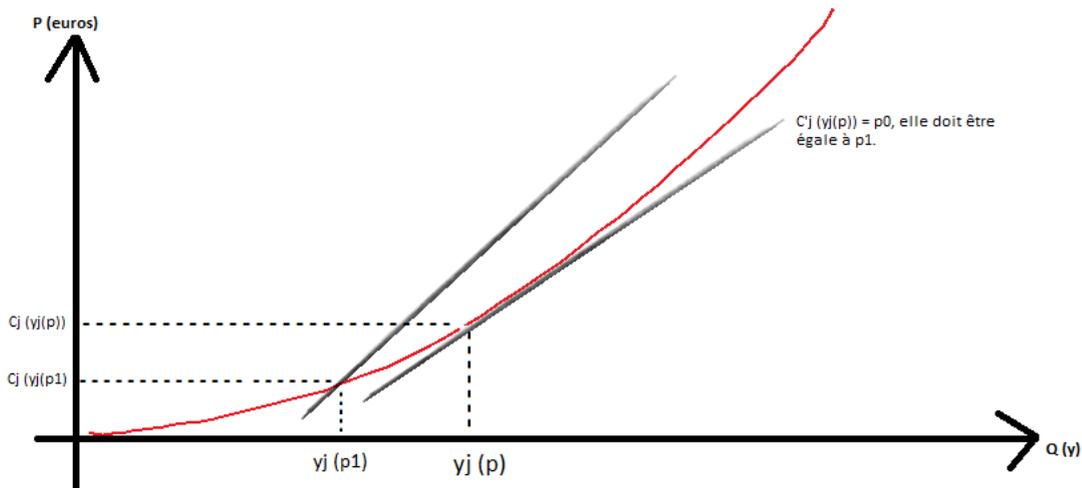
L'entreprise produit une quantité positive dont le C_m doit être égal au p , c'est la dérivée du coût à un certain point.

Cas d'une augmentation de prix avec $dp > 0$.

On doit regarder quelle est la quantité $y_j(P_1)$ qui est telle que le coût marginal est égal au prix. On déplace la pente jusqu'à qu'elle soit la tangente à la fonction de coût, nouvelle production donnée $y_j(p_1)$.

- Argument analytique pour dire que la fonction d'offre est croissante

Le prix augmente ($p_0 \rightarrow p_1$), demander à Ald



Lorsque le prix augmente, le C_m doit augmenter du même montant que la hausse de prix, étant croissant avec la production, la production doit augmenter avec le coût marginal. La pente de la tangente augmente donc la production aussi.

Argument analytique :

$$P(p_0) = C'_j(y_j(p_0)).$$

$$P(p_1) = p_1 > C'_j(y_j(p_0))$$

$$\square C'_j(y_j(p_1)).$$

$$C'_j(y_j(p_1)) > C'_j(y_j(p_0))$$

$$C''_j(y) > 0 \rightarrow y_j(p_1) > y_j(p_0).$$

Ald

3. La demande de biens agrégée

$$U_i(x) + m.$$

Les consommateurs sont limités par leur budget. La quantité de monnaie dépensée m , elle est consacrée à acheter x au prix p .

Dépense = $px + m$. Elle doit être inférieure à notre revenu.

Les entreprises disposent d'un profit, la collectivité détient les entreprises. C'est une économie de propriété privée dans laquelle les consommateurs sont les propriétaires des entreprises c'est-à-dire qu'ils bénéficient des profits de ces entreprises. On introduit un nouveau paramètre β_{ij} , c'est la part (en pourcentage) de l'entreprise j que détient monsieur i .

Si $\beta_{ij} = 1$, monsieur i détient toute l'entreprise.

La somme sur I (des ménages) des β_{ij} est égale à 1 c'est-à-dire que toute l'entreprise j est détenue par des ménages.

On somme sur tous les j cette quantité c'est-à-dire tous les revenus que j'ai grâce à toutes les entreprises que je détiens.

Le revenu de monsieur i est la somme de ce revenu m_i et des revenus du capital (des entreprises) la somme des revenus que je tire des entreprises que je détiens.

Le problème du ménage i : problème d'optimisation, il doit maximiser par rapport à x et m l'utilité du ménage sous la contrainte que sa dépense soit inférieure à son revenu.

- Résolution du problème d'optimisation

$\sum_i \beta_{ij} = 1$ pour tout j.

Somme des revenus $m_i + \sum_i \beta_{ij} \pi_j(p)$.

Avec $\sum_i \beta_{ij} \pi_j(p)$ le revenu des entreprises qui viennent aux actionnaires.

Maximisation :

Max $u_i(x) + m_i$ sous la contrainte de $m_i + p x \leq m_i + \sum_i \beta_{ij} \pi_j(p)$.

Résolution ;

$m_i + p x = m_i + \sum_i \beta_{ij} \pi_j(p)$.

On cherche à égaliser les dépenses aux revenus.

Si $m_i + p x < m_i + \sum_i \beta_{ij} \pi_j(p)$; alors i peut augmenter sa dépense pour les autres biens (m), ce qui augmente son utilité.

On va remplacer m :

$m_i + p x = m_i + \sum_i \beta_{ij} \pi_j(p) - p x$

$$\text{? } m_i + p x = m_i + \sum_i \beta_{ij} \pi_j(p) - p x$$

21/09

$u_i(x) - p x$

On peut choisir la quantité $x_i(p)$ qui est la demande du consommateur i au prix p, si jamais le prix est p, combine le consommateur i souhaiterait-il consommer ? Le consommateur évalue ce qu'il pourrait faire dans n'importe quelle situation possible, pour tout prix p envisageable.

Argument Marginal l'individu i se pose la question, j'ai déjà consommé x unités de bien, si je consomme une de plus, que se passerait-il ? Une unité de bien supplémentaire influence les deux parties de l'objectif : $u_i(x)$ et $p x$ on va regarder de combien augmente le plaisir c'est-à-dire l'unité marginale associée à la consommation : $u'_i(x)$, combien de plaisir supplémentaire pourrais-je retirer ? C'est une grandeur positive. P c'est la dépense supplémentaire qu'on pourrait presque appeler la dépense marginale que je dois supporter pour acheter le bien en question.

Il y a trois possibilités :

- Cas 1 : $u'(x) > p$, si j'augmente ma consommation d'un tout petit peu, je retire plus de plaisir que ce que cela me coutera. Par conséquent, la quantité x n'était pas optimale, je pourrais faire mieux en augmentant ma consommation. Hausse de la différence entre $u(x) - px$.
- Cas 2 : $U'(x) < p$, si j'augmente ma consommation d'un tout petit peu, je retire un plaisir inférieur que ce que me coûte cette unité. Je réalise une perte, je n'ai pas intérêt à faire cette opération. Je devrais faire le contraire du cas 1, je dois baisser ma consommation afin de retirer un plaisir positif car je gagne p , une somme que je en dépense plus et je perds $u'(x)$ l'utilité que je retire en consommant cette dernière unité. Le gain que je fais : p , c'est un gain que je vais faire en achetant d'autres biens. Une baisse de la consommation augmente la différence entre $u(x) - px$.

Remarque, argument général : imaginons que je change ma conso d'un petit montant dx , le petit d veut dire que ça change et le petit d d'un tout petit peu. Il peut être négatif ou positif, si je change ma conso de dx , de combien change mon utilité ? le plaisir total que je retire est $u'(dx) \times dx$. Cela me coûte pdx . Mon utilité change $d(u(x)-px) = u'(x)dx - pdx \Rightarrow (u'(x) - p) dx$.

$(u'(x) - p)$ a un signe, il est soit négatif, soit positif (ou nul). Existe-t-il un dx qui me donnerait un supplément de plaisir ? :

- Positif, en choisissant dx positif, on augmente notre utilité. Existe-t-il un dx qui me donnerait un supplément de plaisir ?
- Négatif, pour augmenter notre plaisir, on doit choisir un dx négatif.

Dans chacun de ces cas, il est possible d'augmenter son plaisir en modifiant sa consommation soit à la hausse soit à la baisse. Troisième cas :

- L'utilité marginale est égale au prix, un petit changement de la consommation à la hausse comme à la baisse, quelque soit le dx choisi, on ne peut plus augmenter notre utilité, on a atteint le maximum que l'on peut choisir en choisissant la quantité x telle que $u'(x) = p$. $U'(x) = p \Rightarrow x = x(p)$ pour tout prix positif. Il faut faire attention à ce que cette quantité nous rapporte un plaisir plus important que si l'on décide de ne pas consommer du tout de blé.

Graphiquement : on va représenter, en fonction de x , la fonction qui représente l'utilité nette du consommateur $u(x)-px$. Si $x = 0$, $u(0) - p0 \Rightarrow 0$. On a normalisé que l'utilité avec 0 quantité était nulle. Ma dérivé de cette fonction est :

$U'x - p$, les deux sont positifs, on peut dire que la dérivé seconde de cette fonction est négative (fonction concave) car le plaisir que l'on retire d'une unité supplémentaire est certes positive mais ce plaisir augmente de moins en moins vite.

Il y a trois possibilités mais nous allons en traiter que deux :

- Le cas 1 $u'(x) - p$ où il aime beaucoup le bien, la quantité qui maximise mon plaisir est la quantité telle que la dérivé de cette fonction est nulle.
- Le cas 2 $u'(x) - p$ ou il aime peu le bien.

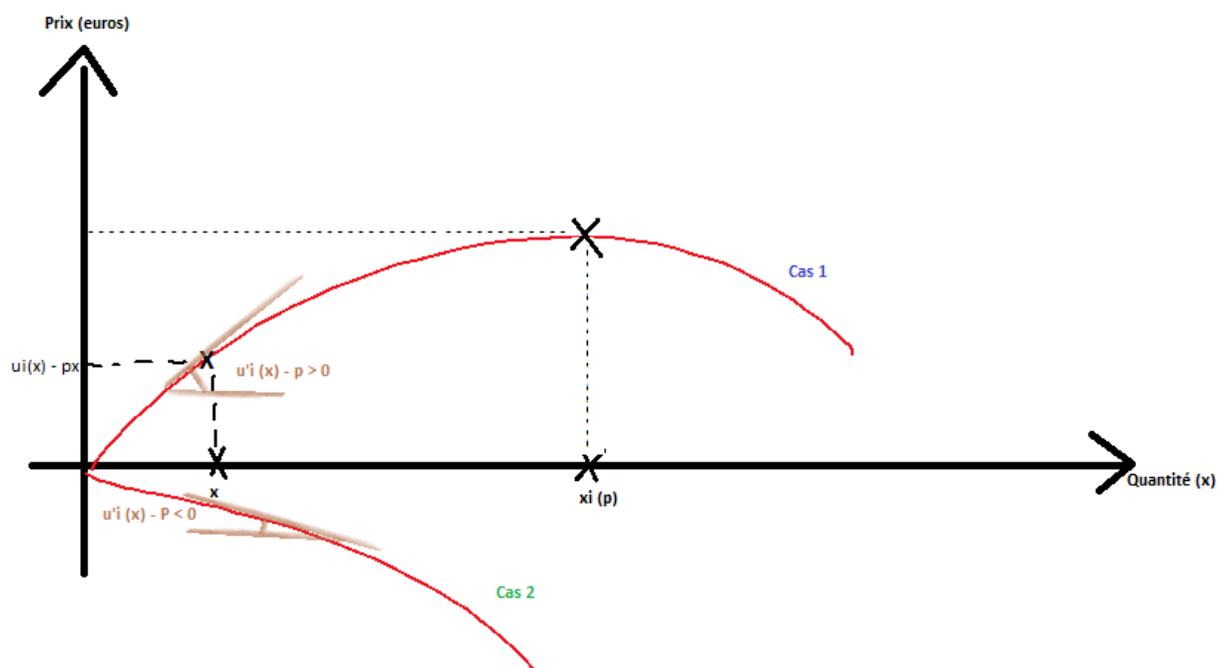
Imaginons que l'on consomme une quantité x , on regarde le plaisir que l'on va retirer, c'est la grandeur qui est marquée sur l'axe des ordonnées. On compte des grandeurs en euros, quantité marquée en euros. La portée de l'argument marginal, la leçon que l'on doit retirer de l'argument marginal : contrairement à ce que l'on pourrait penser spontanément, je vais regarder ce qui est important pour moi, c'est l'utilité nette que je retire de cette consommation de x unité de biens, les

marginalistes ont dit qu'il ne faut pas pour choisir la quantité x en se référant à ce montant total de plaisir mais au supplément de plaisir que l'on retire. Si on doit augmenter ou diminuer notre consommation, on sait que l

La pente de la fonction qui représente bien la différence, dérivé de la fonction $u_i(x) - px = u'_i(x) - p$. Cette dérivé est positive (sur le dessin). L'argument margina nous dit qu'on n'a pas choisi notre consommation correctement.

Dans le cas 2, en 0, la pente de l'utilité $u'_i(0) - p$ est négative. L'utilité marginale que l'on retire de la première unité est petite par rapport au prix, cette utilité marginale est de plus en plus petite. Par conséquent, quand on augmente notre consommation, on retire de moins en moins d'utilité.

La meilleure situation dans le cas 2 serait de ne pas consommer du tout.



La leçon pour la demande du consommateur, deux cas :

- Cas 1 : $x_i(p) = u'_i(0) > p$, $x_i(p)$ est tel que $u'_i(x_i(p)) = p$. Le prix est une dépense mais aussi l'utilité que l'on va retirer en consommant les autres biens, on réduit notre encaisse monétaire (m) de p euros. Le plaisir que l'on retire à consommer le bien en question est plus grand que le plaisir que l'on aurait pu retirer pour acheter autre chose.
- Cas 2 : $x_i(p) = u'_i(0) < p$, $x_i(p) = 0$. On ne consomme pas.

Argument pour dire que la fonction de demande est décroissante, propriété principale :

La demande $x_i(p)$ est décroissante avec le prix p .

Mathématiquement, sa dérivé $x'_i(p) < 0$.

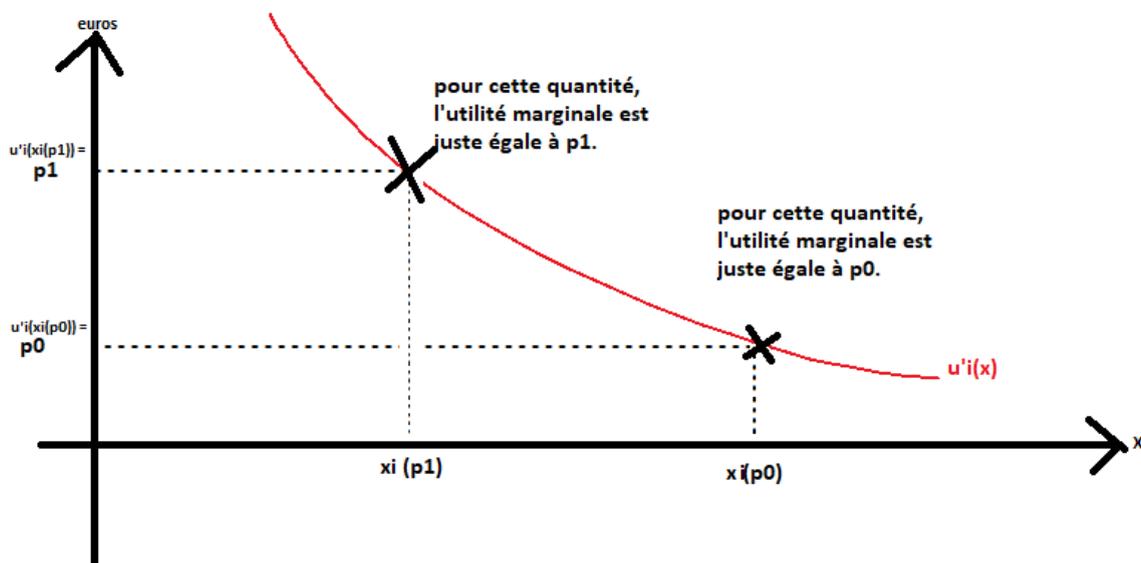
Plusieurs cas à considérer :

- $U'_i(0) > p$: le prix passe de p_0 à $p_1 > p_0$. $X_i(p_1) <$ ou égal à $x_i(p_0)$. Lorsque le prix augmente, je consomme moins. $U'_i(0) < p_0$ (ou égal). Le consommateur ne consommait rien initialement. Lorsque le prix augmente à p_1 , $u'_i(0)$ est $< p_1$. Le consommateur continue de ne pas consommer, il va choisir $x_i(p_1) = x_i(p_0) = 0$. Cas limite.

- $U'_i(0) > p_0$, lorsque le prix augmente, il augmente de sorte que p_1 est plus grand que $u'_i(p_0)$. Le consommateur initialement décidait de consommer, $x_i(p_0) > 0$. Le prix a tellement augmenté que l'utilité marginale est plus petite que le prix. $x_i(p_1) = 0$. La demande baisse d'un fort montant.
- $U'_i(0) > p_1 > p_0$. $x_i(p_0) > 0$ et $u'_i(x_i(p_0)) = p_0$. Le prix a augmenté mais pas de façon que le consommateur ne consomme plus. $x_i(p_1) > 0$, elle est donnée par $u'_i(x_i(p_1))$.

On sait que $u'_i(x_i(p_1)) = p_1 > p_0 = u'_i(x_i(p_0))$.

- ⇒ On enlève la référence au prix, $u'_i(x_i(p_1))$. La quantité d'utilité marginale que je retire lorsque je consomme $x_i(p_1)$ est plus grande que la quantité d'utilité marginale que je retire lorsque je consomme $x_i(p_0)$: $u'_i(x_i(p_1)) > u'_i(x_i(p_0))$. L'utilité marginale est décroissante, concave : $u''_i(x) < 0$. $x_i(p_1) < x_i(p_0)$.



Initialement, le prix est égal à p_0 . On augmente le prix $\rightarrow p_1$. Il consomme une quantité plus petite, telle que son utilité marginale est égale à p_1 . On a retrouvé l'argument qui est marqué analytiquement au-dessus.

4. Equilibre de marché, walrasien

Il part d'une situation dans laquelle le prix est p et on se pose la question : combien les consommateurs souhaiteraient-ils consommer et combien les producteurs souhaiteraient-ils produire ?

Deux désirs :

- La demande agrégée du bien c'est la quantité totale. Pour le consommateur i $x_i(p)$ (peut être nulle). $X(p) = \sum x_i(p)$ avec i partant de 1.

- L'offre agrégée du bien. Pour l'entreprise $j \rightarrow y_j(p)$, $Y(p) = \sum y_j(p)$ avec j partant de 1.

Les quantités sont des désirs que les uns et les autres souhaiteraient voir réaliser lorsqu'ils font face au prix.

Miracle de l'équilibre partiel : le prix p que l'on retient et le prix p qui est tel que l'on souhaiterait faire coïncide avec ce que l'on va faire. Important ! Le producteur prend le prix p comme donnée et se dit si jamais le prix est p , combien je souhaiterais produire ? De la même façon pour le consommateur avec un raisonnement analogue. Un équilibre est une situation dans laquelle le prix p est égal au p^* tel que :

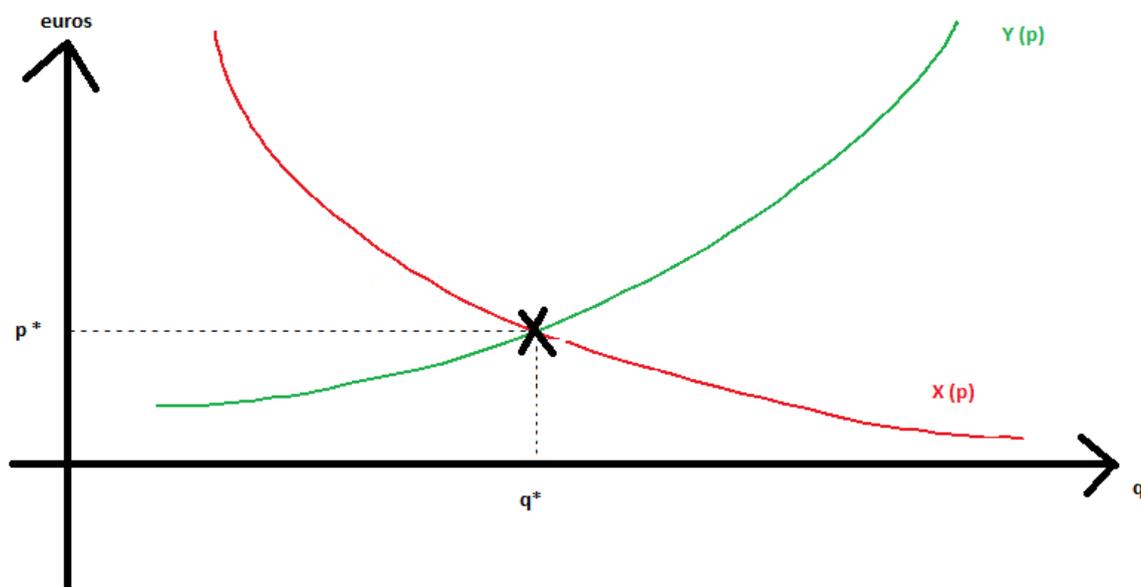
$$\Rightarrow X(p^*) = Y(p^*)$$

Assez particulier, ajustement que va opérer le marché. Les désirs des uns et des autres sont mutuellement compatibles. Au prix p^* , ce que les entreprises souhaiteraient produire est égal à ce que les consommateurs souhaiteraient consommer. Passage du conditionnel à l'indicatif, la situation que j'observe est une situation dans laquelle ce que je devrais faire est ce qui va arriver.

La fonction de demande agrégée est décroissante, chaque consommateur diminue sa consommation lorsque le prix augmente.

L'offre est une fonction qui est croissante, si le prix est plus élevé, tous les producteurs souhaiteraient produire plus.

Au prix p^* , le consommateur i souhaiterait consommer $x_i(p^*)$ et va consommer $x_i(p^*)$.



On va définir l'équilibre walrasien qui est une situation caractérisée par un équilibre général, par un prix p^* avec certaines propriétés :

- Chaque producteur j maximise la différence $p^*y_j - c_j(y_j)$ en offrant $y_j(p^*)$ biens et en demandant $c_j(y_j(p^*))$ unités de monnaie. La production nécessite une dépense qui correspond à un besoin de monnaie (coûts de production).
- Chaque consommateur i maximise son utilité $u_i(x) - p^*x$ en demandant $x_i(p^*)$ biens et en souhaitant obtenir $m_{barre\ i} + \sum \emptyset_{ij} \Pi_j(p^*)$ (= la somme que je reçois lorsque les entreprises distribuent un profit) $- p^*x_i(p^*)$ unités de monnaie.
- L'offre est égale à la demande sur **chaque** marché :

Sur le marché des biens : offre = \sum somme des $y_j(p^*)$ = demande = \sum somme des $x_i(p^*)$.

Sur le marché de la monnaie : offre de monnaie = demande de monnaie => demande agrégée de monnaie = $M_{barre} + \sum$ somme des $m_{barre\ i}$ (cette demande de monnaie provient de 2 sources : producteurs et consommateurs).

M_{barre} = quantité de monnaie qui existe dans l'économie.

$M_{barre} = \sum m_{barre\ i} + \sum \emptyset_{ij} \Pi_j(p^*) - p^* \sum x_i(p^*) + \sum$ somme des $c_j(y_j(p^*))$.

Côté consommateur + côté producteurs.

Équilibre walrasien car il tient compte de deux marchés, indispensable pour comprendre le sens de cette égalité car le prix p^* ne peut pas être une grandeur en l'absence de contrepartie. Définition que l'on va simplifier

Point pour définir un équilibre : loi de Walras. Outil qui permet de simplifier l'équilibre walrasien.

Cette loi de Walras nous dit que si le marché de la monnaie est « équilibré » (offre = demande), alors, le marché du bien est également équilibré.

Argument pour montrer la loi de Walras : supposons que $M_{barre} = \sum m_{barre\ i} + \sum \emptyset_{ij} \Pi_j(p^*) - p^* \sum x_i(p^*) + \sum$ somme des $c_j(y_j(p^*))$ on veut montrer que : \sum somme des $y_j(p^*) = \sum$ somme des $x_i(p^*)$. On va montrer cela.

1^{ère} étape : utiliser la définition de M_{barre} . Si l'offre est égale à la demande, la quantité de monnaie disponible dans l'économie est la somme des $m_{barre\ i}$. On peut simplifier ces deux grandeurs. On a :

$$\sum_{i} m_{barre\ i} + \sum \emptyset_{ij} \Pi_j(p^*) - \sum_{i} p^* x_i(p^*) = 0.$$

- ⇒ $\sum_{j} (\sum_{i} \emptyset_{ij}) \Pi_j(p^*)$. Terme entre parenthèse : la somme des parts de l'entreprise j qui sont détenus par tous les consommateurs dans l'économie, or elle est égale à 1 pour tout j car on est dans une économie de propriété privée. On a donc :
- ⇒ $\sum_{j} \Pi_j(p^*)$. C'est un profit agrégé qui est égal à : $\sum_{j} (p^*y_j(p^*) - c_j(y_j(p^*)))$.

A l'issue de cette étape, on réécrit :

Premier terme : somme des profits distribués : $(p^* \sum_{j} y_j(p^*) - \sum_{j} c_j(y_j(p^*))) - p^* \sum_{i} x_i(p^*) + \sum_{j} c_j(y_j(p^*)) = 0$.

Les coûts de production se simplifient.

- ⇒ $p^* (\sum_{j} y_j(p^*) - \sum_{i} x_i(p^*)) = 0$.
- ⇒ Si $p^* > 0$, il doit être tel que $\sum_{j} y_j(p^*) - \sum_{i} x_i(p^*) = 0$ soit $\sum_{j} y_j(p^*) = \sum_{i} x_i(p^*)$
Pas à refaire cette démonstration mais la comprendre !

Proposition : un équilibre walrasien est un prix p^* tel que $X(p^*) = Y(p^*)$.

Trois questions à se poser :

- Est-ce que ce prix p^* existe ?
- Est-ce que les échanges que l'on va observer sur le marché vont se faire à ce prix ? Pas traitée, cf chapitre suivant.
- Quelles sont les propriétés de cette situation où l'offre est égale à la demande.

Question de l'existence : la seule chose que l'on a montré dans le cours, la demande est décroissante avec le prix et l'offre est croissante avec le prix (voir schéma précédent). L'existence p^* existe si, lorsque le prix est petit, les consommateurs voudraient consommer plus que ce que les producteurs souhaiteraient offrir : $X(p) - Y(p) > 0$. Lorsque le prix est grand, les consommateurs voudraient consommer moins que ce que les producteurs souhaiteraient offrir : $X(p) - Y(p) < 0$.

La seule situation où les désirs sont compatibles est la situation d'équilibre.

Chapitre 2 : Optimalité de l'équilibre partiel

Point central et celui qui catalogue les économistes : propriété selon laquelle les marchés fonctionnent bien.

On s'intéresse aux propriétés de bien-être de la situation d'équilibre de marché.

On va définir deux grandes notions et on va arriver aux résultats des théorèmes de l'économie du bien être dans lesquels il est montré que l'équilibre de marché a des propriétés qui le rendent optimal.

On adopte un point de vue différent de celui du chapitre précédent, les prix vont disparaître, on se pose dans l'abstrait comme un planificateur central qui souhaiterait allouer les biens entre des consommateurs et des producteurs. On est capables de demander à l'entreprise j une certaine quantité et on oblige le consommateur i à la consommer.

Comment devrait-on allouer la production ou répartir la production entre les entreprises et une fois répartie, la distribuer aux consommateurs ? La meilleure façon d'allouer ces biens correspond à celle que l'on obtient dans l'équilibre walrasien.

Désirabilité ? deux sens :

- Au sens d'Alfred Marshall, à partir d'une mesure du bien être évalué en euros. On compare le bien-être des différents individus. Maximisation de la somme des biens êtres des différents intervenants dans les marchés.
- Concept Parétien (fin 19^e début 20^e). Pareto refuse de comparer les biens êtres individuels. On ne peut pas dire que le ménage 1 bénéficie deux fois plus du bien que le ménage 2. Le ménage 1 est mieux dans une situation que dans une autre, ça on peut le dire. Marshall dit que l'on peut quantifier les différences de bien-être.

On verra que dans notre contexte, ces deux hypothèses qui semblent différentes (parétienne moins exigeante) coïncident et isolent l'équilibre walrasien comme étant la situation optimale.

Surprenant ? détour mais dans un cadre où l'utilité est déjà compté en monnaie. Pareto coïncide avec Marshall de ce fait. Ils recommandent une redistribution des biens qui correspond à l'équilibre walrasien mais vraie que dans le cas d'équilibre partiel.

Mise en garde :

- Les économistes ne considèrent pas que la situation d'équilibre est une situation qui décrit de façon plausible la situation des marchés. On montre que l'équilibre est optimal mais uniquement dans le cadre walrasien.
- Désirabilité, optimalité va considérer des situations où il n'y a pas de gâchis de ressources mais très peu de notions d'équité dans la distribution des ressources. Discours de Marshall violent de ce point de vue-là.

1. Analyse marshallienne, surplus

Concept important : notion de surplus.

Surplus du producteur j : $p y_j - c_j(y_j)$. Il n'y a plus de prix.

Surplus du consommateur i : $u_i(x_i) - p x_i$.

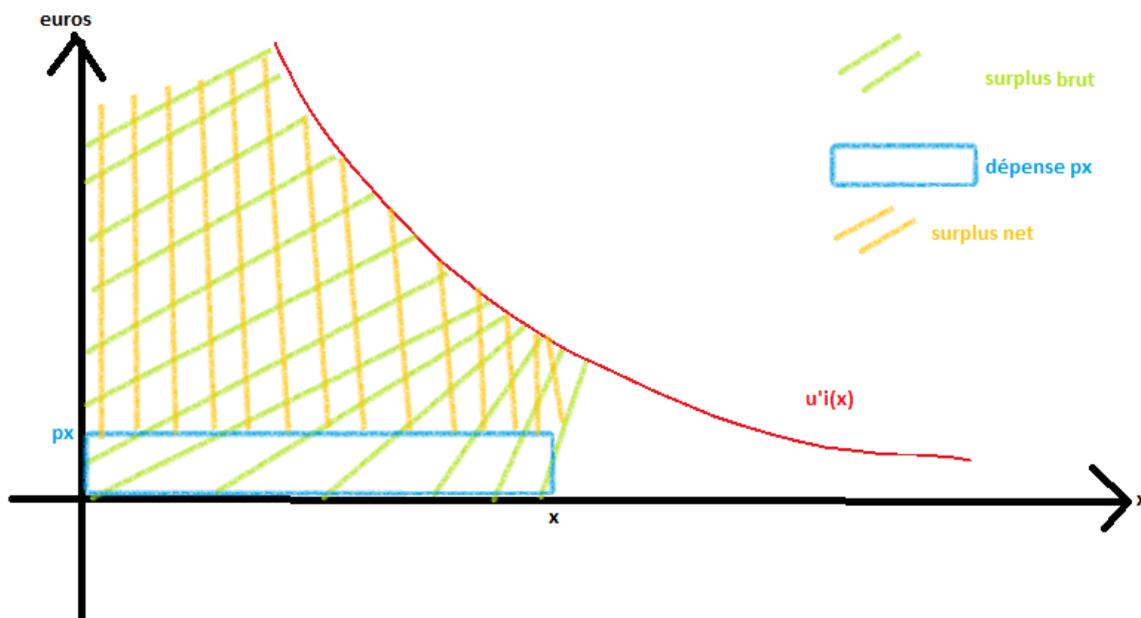
Le planificateur bienveillant qui décide d'allouer à monsieur i une quantité x_i de biens.

On peut définir un surplus total lorsque l'on a une quantité totale Z est échangée (produite et consommé) : $Z = \sum \text{sur } i x_i = \sum \text{sur } j y_j$.

Surplus total S : $(\sum \text{sur } i u_i(x_i) - p Z) + (p Z - \sum \text{sur } j c_j(y_j))$.

Simplification : $S = \sum \text{sur } i u_i(x_i) - \sum \text{sur } j c_j(y_j)$, c'est la différence entre ce que retire comme bien être tous les consommateurs et ce qu'on doit dépenser pour produire cette production Z .

Graphiquement, surplus du consommateur i :



$U_i(x) - p x$

On représente l'utilité marginale (concave). Imaginons que je consomme x , quelle est mon utilité ? $u_i(x)$? La première unité de consommation me rapporte $u'_i(0)$, si je consomme une deuxième unité j'aurais $u'_i(0) + u'_i(1)$ d'utilité etc... L'utilité que je vais retirer de la consommation est la somme des

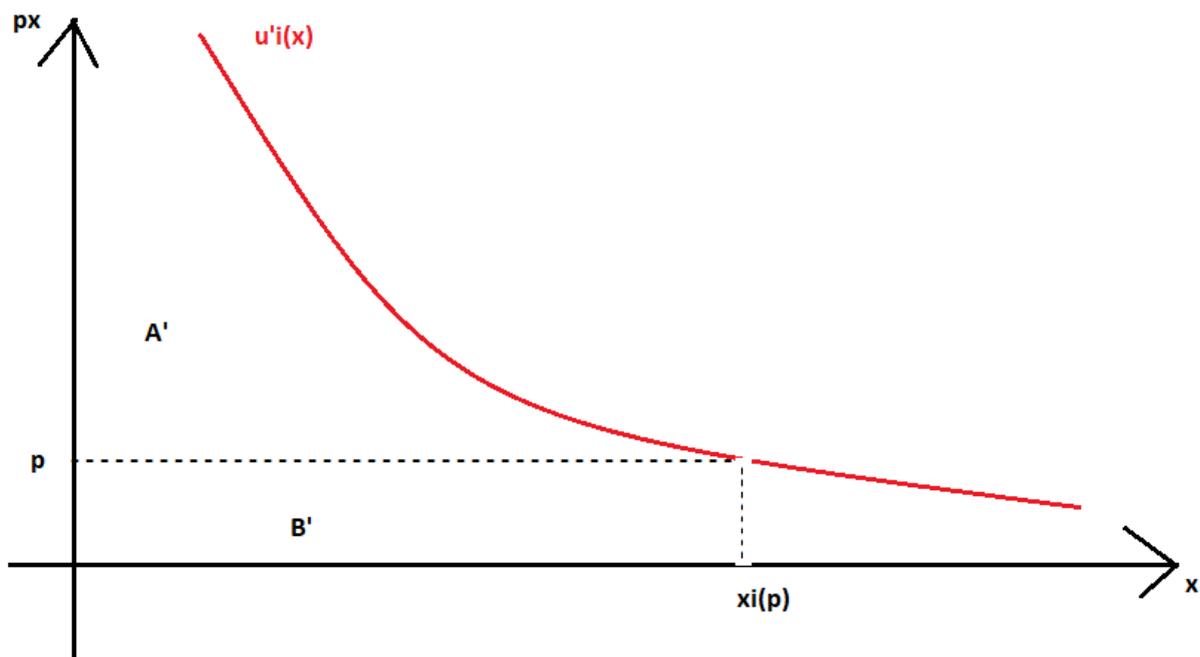
utilités marginales que je retire sur chaque unité de bien. La quantité totale que je vais dégager si jamais je consomme x bien, c'est l'aire qui est hachurée : $u_i(x)$ c'est le surplus brut.

Où est la dépense px ? C'est l'aire qui correspond au rectangle bleu.

On obtient finalement le surplus net, c'est l'aire en orange, sous la courbe et au-dessus du prix.

28/09

- Surplus du consommateur



La différence entre u'_x (utilité marginale) et le prix p désigne ce que l'on accepte de payer pour une dépense supplémentaire.

L'individu devrait poursuivre sa consommation qui est telle que l'utilité marginale et le prix sont égaux.

Il va dégager un surplus net pour sa demande optimale.

Le surplus brut : $a' + b'$

Surplus net : a'

Ici, cela concerne uniquement l'utilité d'un consommateur (pas tous).

La fonction de demande individuelle est représentée par l'ensemble des x tel que j'égalise $u_m=p$.

Monsieur 2 représente un autre consommateur, préférence par un rouge inférieure à celle du monsieur 1. Cf dessin pris en photo.

Il demande une quantité au même prix que monsieur 1, plus petite. Moins de plaisir à la marge à consommer.

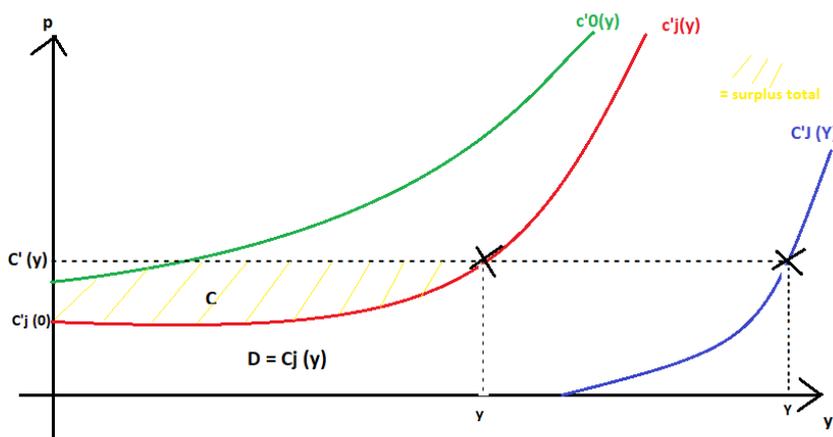
Demande totale ou agrégée : demande de monsieur 1 + demande de monsieur 2, somme des deux fonctions croissantes.

Au point p , on doit consommer $x_1 + x_2$.

On obtient le surplus total des consommateurs : surplus brut : $A+B$ surplus net : A

On a la possibilité de comparer les utilités des individus pour construire un tel schéma car on somme les utilités marginales, on les compare, on peut sommer leurs plaisirs afin de trouver ce qui est le mieux pour le consommateur. Grand A le plus grand possible (pour un prix le plus petit possible).

- Surplus du producteur



Le producteur a un surplus défini par son profit.

Recettes – Dépenses

Pas de cout total sur le dessin mais le cout marginal : cout que je dois supporter pour produire une unité supplémentaire lorsque j'en ai déjà produit y unités.

Je pars d'une production nulle, combien cela me coute de produire une unité ? $C'_j(0)$.

Une autre unité produite ? $C'_j(1)$.

Cout total : $c'_j(0) + c'_j(1)$.

La somme des couts marginaux nous donne le cout total que l'on doit supporter.

Le coût total est représenté par l'aire D . Quel est mon profit ?

$D = c_j(y)$. cf intégrale entre 0 et y des coûts marginaux ;

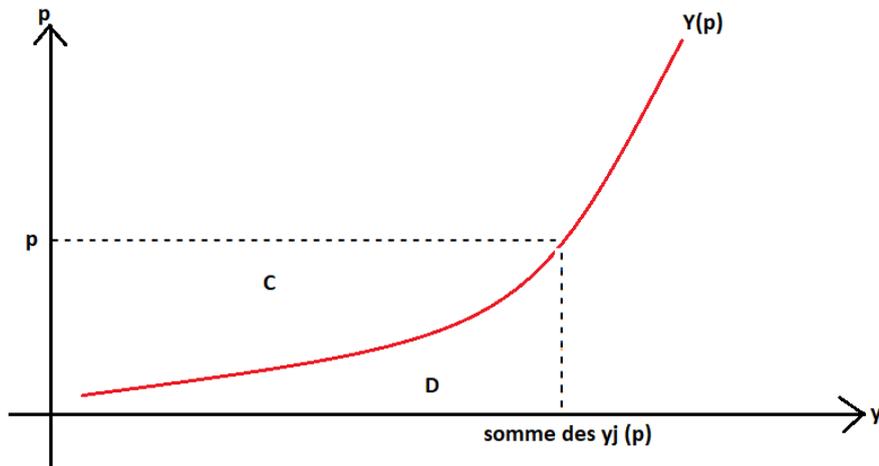
On cherche les recettes, aire du rectangle $C+D$.

Le surplus total : $C + D - D = C$.

Pour passer à l'offre agrégée, le producteur j choisit une quantité y qui est telle que $c'_j(y) = p$.

Même argument que le précédent, 2^e producteur, pour le prix p , il choisit de produire une autre quantité.

Cm plus grand pour tout y , assez couteux de produire, c'est un producteur inefficace.



L'aire des rectangles C et D représente le profit total et l'aire du rectangle D représente le coût total.

- Surplus total, social

Surplus marshallien : surplus total au sens de Marshall, c'est le surplus des consommateurs + celui des producteurs. On est capables de comparer les surplus des consommateurs entre eux, de les évaluer en monnaie pour les comparer avec ceux des producteurs.

Surplus total = surplus brut des consommateurs $u_i(x_i)$ – cout de production pour produire ces biens.

$$\sum u_i(x_i) - \sum C_j(y_j)$$

$$\Leftrightarrow \sum x_i = \sum y_j.$$

Somme sur i des x_i = somme des y_j

Rôle important du planificateur central, on choisit combien l'entreprise j devrait-elle produire et combien le consommateur i devrait-il consommer.

Voir dessin ?

Cela me rapporte le surplus total des consommateurs : A/B, sous la fonction de demande : A + B.

C'est la somme totale que les consommateurs acceptent de payer pour consommer x.

Coût total : aire du rectangle B.

La différence entre les deux est l'aire du rectangle A, rôle central, c'est le surplus total ou social. Autrement dit, le surplus de la société dans son ensemble.

On mesure les quantités sur l'axe des abscisses, la quantité est produite **et** consommée.

L'aire du rectangle A mesure le bien-être de l'ensemble de la collectivité, somme des u_i : ce qu'on accepterait de payer (pas ce que l'on va payer), c'est le plus grand plaisir que les consommateurs pourraient dégager.

Pour ce plaisir, il faut dépenser des efforts : la somme des coûts.

Mesure de plaisir de l'ensemble des gens dans la collectivité.

Marshall nous dit que si on se pose la question de ce que l'on devrait faire, on passe à des recommandations, que peut-on faire de mieux dans la société en tant que production et consommation ?

Problème de l'optimum social selon Marshall : x et y , on ne parle plus de monnaie.

Optimum social au sens de Marshall : que devrait-on faire si on accepte ses concepts de surplus ? on devrait choisir une allocation : (y_j) et (x_i) :

$$(y_j) = y_1 + \dots + y_J.$$

$$\text{De même pour } x_i : (x_i) = x_1 + \dots + x_I.$$

Ces équations résument un optimum social.

$$\text{Max } (x_i, y_j) : \sum u_i(x_i) \text{ (augmente avec la consommation)} - \sum C_j(y_j) \text{ (diminue avec la production)}.$$

Le maximum de cette différence serait obtenu avec une importante consommation ainsi qu'une production nulle. Monde irréel, ce n'est pas possible.

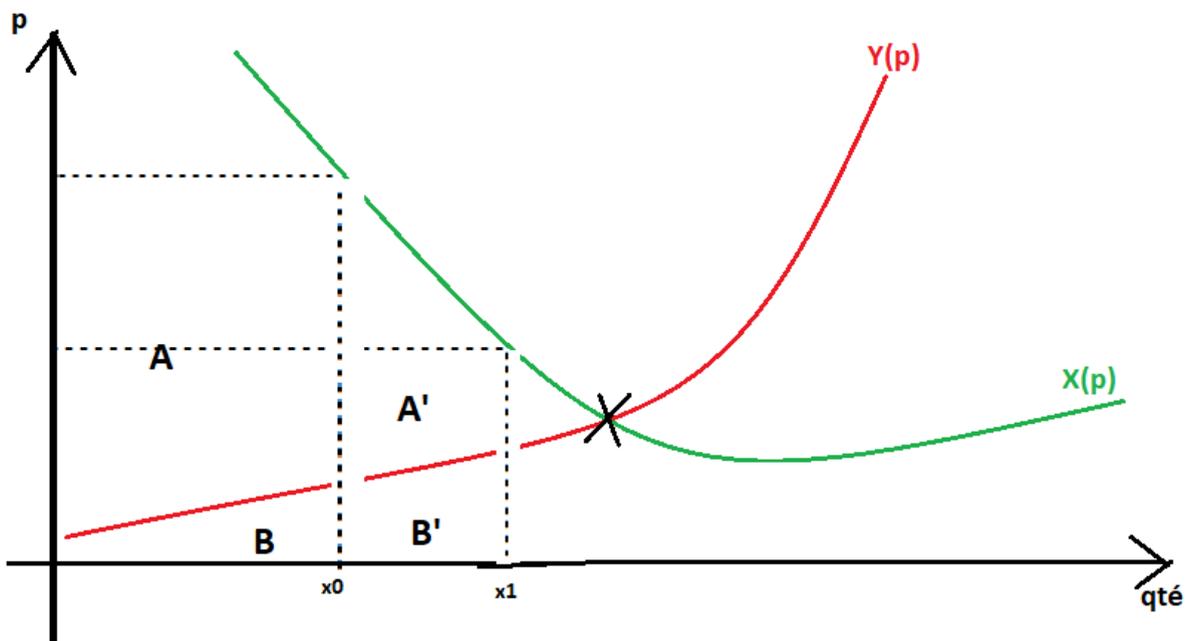
On trouve des x et des y qui maximisent le surplus social au sens de Marshall

Vrai monde : contrainte de réalisabilité : somme des $x_i <$ somme des y_j .

Etant donné ce problème, on va le résoudre graphiquement puis analytiquement. On doit rendre A le plus grand possible.

On suppose que ce que l'on produit est entièrement consommé.

Que se passe-t-il si on change cette quantité Z . Comment change-t-on le surplus ?



On passe de x_0 à x_1 . Plus de production et de consommation. Le surplus des producteurs va diminuer.

B' : surplus de coût que je dois supporter pour produire le supplément $x_1 - x_0$.

Plus de consommation, les conso sont contents. Surplus brut : somme totale que j'accepterais se payer pour consommer x_1 .

Surplus brut initial : $A+B$

En x_1 : $SBI - CP : A+B+A'+B' - (B+B')$

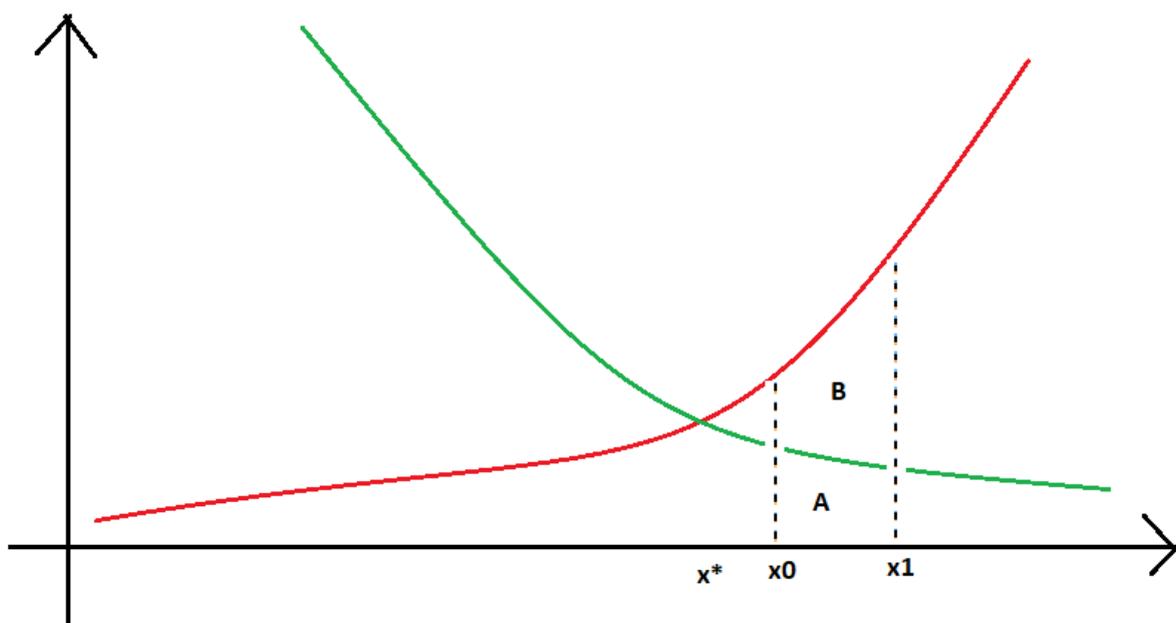
Surplus social final : $A + A'$.

Variation de surplus : surplus final (x_1) – surplus initial (x_0) : A' . Cette aire est positive, on en conclut que si l'on part de la situation où on produisait/consommait x_0 , on augmente jusqu'à x_1 , le surplus de l'ensemble de la société augmente de A' .

Conséquence : la quantité x_0 n'était pas correctement choisie, on aurait pu augmenter le surplus de la société tout en assurant la réalisabilité de cette allocation.

Si on augmente à x_2 , on va gagner A'' . si la production est < à la production d'équilibre, je peux augmenter le bien-être de la société en augmentant la quantité jusqu'à la quantité de consommation et de production d'équilibre : plus grand surplus que l'économie pourrait atteindre.

Quantités au-delà de la quantité d'équilibre, on fait la variation du surplus



Le changement de surplus : $-A$ (perte des consommateurs) – $(-A+B)$ (on produit moins, baisse des coûts de production représentée par le $-$) = $B > 0$.

Les consommateurs perdent en surplus (baisse de la consommation). L'aire du rectangle A représente le changement de leur surplus brut.

Les producteurs économisent car le coût de production diminue de $A+B$.

$$\sum u_i(x_i) - \sum C_j(y_j)$$

$$\Leftrightarrow \sum x_i = \sum y_j.$$

Quand on part d'une production très élevée et qu'on la réduit, le surplus social va augmenter pour une raison intuitive, car lorsque l'on consomme beaucoup, les gens valorisent peu à la marge ce supplément de consommation. De plus, cela baisse les coûts de production.

La meilleure situation possible : situation d'équilibre partiel, résultat d'optimalité de l'équilibre partiel.

Résolution analytique du problème :

Le maximum du surplus social est donné par l'équation suivante $\sum u_i(x_i) - \sum C_j(y_j)$. On est sous la contrainte de réalisabilité, on ne peut pas consommer plus que ce que l'on produit.

Etape 1 : à l'optimum, $\sum x_i = \sum y_j$.

Argument : si $\sum x_i < \sum y_j$; alors, il existe $dx_i > 0$ qui conduit à une utilité plus grande pour le consommateur i et donc une augmentation du surplus social.

Etape 2 : on peut exprimer une des variations en fonction des autres :

$$x_i = \sum y_j - \sum_{i>1} x_i$$

A l'optimum, on maximise les x et les y tel que :

$$U_i(\sum y_j - \sum_{i>1} x_i) - \sum u_i(x_i) - \sum c_j(y_j)$$

A ce stade, je choisis comme inconnu les x_i lorsque $i > 1$.

a) Consommation optimale

On suppose (y_j) donné. Argument marginal : $(x_i)_{i > 1}$. On modifie la quantité reçue par un individu $i > 1$ de $dx_i = -1$.

De combien change la somme de l'utilité des autres ?

$$U'_{i0}(x_{i0}) \times (-1) = -u'_{i0}(x_{i0}) < 0. \text{ Perte de l'utilité marginale.}$$

$$U'_1(\sum y_j - \sum x_i) \times 1 = u'_1(x_1) > 0.$$

L'utilité marginale de monsieur 1 initialement.

Finalement, le surplus social change de $-u'_{i0}(x_{i0}) + u'_1(x_1)$. Monsieur 0 perd l'utilité marginale associée à ce bien qu'on lui retire et Monsieur 1 gagne de l'utilité marginale associée à ce bien qu'on lui attribue.

Si $-u'_{i0}(x_{i0}) + u'_1(x_1) > 0$, on a intérêt à prendre un bien à Monsieur 0 pour l'offrir à Monsieur 1 et inversement (cf redistribution).

Argument sens inverse : on donne une unité de bien à i_0 , on la prend à quelqu'un (Monsieur 1).

Le surplus change de $u'_{i0}(x_{i0}) - u'_1(x_1)$. Si cette équation est supérieure à 0, on a intérêt à le faire et inversement.

Dans les deux cas, on peut augmenter le surplus en faisant une réallocation des ressources.

Etape 3 : je m'intéresse à la production optimale.

On suppose que la production d'une entreprise j_0 est différente de 0, de même pour dy_{j0} .

La variation de production agit sur les coûts de production et sur $\sum y_j$.

Arbitrage de la société.

Pour voir si le surplus total diminue, on doit voir $C'd_j(y_j) dy_j$.

$(u'_1(x_1) - c'_j(y_j)) dy_j \Rightarrow$ changement de surplus.

Si l'utilité marginale que dégage monsieur 1 est supérieure au coût marginal que subit l'entreprise pour produire, on doit choisir $dy_j > 0$ et inversement.

On doit multiplier $dy_j < 0 \rightarrow$ réduire la quantité que je demande.

1^{er} cas : le coût de la production supplémentaire est faible par rapport au gain.

2^{ème} cas cela nous coûte trop cher, baisse de l'utilité pour les autres.

A l'optimum, on doit choisir des x et y tel que le terme entre crochets est nul.

A l'optimum, tous les c'_j doivent être égaux mais aussi à l'utilité marginale de tous les consommateurs.

Synthèse : à l'optimum, $\sum x_i = \sum y_j$.

Et $u'_i(x_i) = c'_j(y_j)$ pour tout i et pour tout j .

Remarque : un équilibre partiel $(x_i(p^*), y_j(p^*))$ est un optimum au sens de Marshall.

$(x_i p^*, y_j p^*)$

$\sum x_i p^* = \sum y_j p^*$.

$\Leftrightarrow p^* = u'_i(x_i) (p^*)$ pour tout i .

$\Leftrightarrow p^* = c'_j(y_j) (p^*)$ pour tout j

Relation étroite entre l'équilibre partiel et l'optimalité.

- Redistribution

Redistribution :

Si $u_1(x) = u_2(x)$ pour tout x .

Alors, $u'_1(x) = u'_2(x)$ pour tout x .

Soit x_1 la quantité donnée à monsieur 1 et x_2 la quantité donnée à monsieur 2.

On a, x_1 et x_2 tel que $u'_1(x_1) = u'_2(x_2)$

$U'_1(x) = u'_2(x)$ pour tout x .

Donc $u'_1(x_1) = u'_2(x_2)$.

Si on a deux agents identiques, on doit les traiter de la même façon, traitement égal.

Supposons que $u'_1(x) > u'_2(x)$ pour tout x .

Alors $x_1 > x_2$.

Supposons qu'au contraire, $u(x_1) < (\text{ou égal}) u(x_2)$; on sait que l'utilité marginale est décroissante donc $u'(x_1) > u'(x_2)$.

Or, à l'optimum, u'_1 et u'_2 sont égales.

Exemple :

Consommateurs : $u_i(x) = b_i \ln(x)$ avec $b_i > \text{ou égal à } 0$, c'est la valorisation que l'on a.

Producteurs : $a_j y^2$ avec $a_j > 0$.

Optimum au sens de Marshall : $b_i = b$ et $a_j = a$ pour tout i et pour tout j .

$U'(x_1) = u'(x_2) \Leftrightarrow b_1/x_1 = b_2/x_2$. Or, $b_1 = b_2$ donc $x_1 = x_2 = x$.

$C'_1(y_1) = C'_2(y_2)$

$\Leftrightarrow 2a_1 y_1 = 2a_2 y_2$.

$A_2 = a_1$ donc $y_1 = y_2 = y$ car les utilités marginales sont égales entre elles.

$\sum x_i = \sum y_j = I_x = J_y$.

Relation entre équilibre et optimum, en un équilibre partiel, le prix p^* est tel que l'um de chaque consommateur est égale à p^* .

$U_i(x) = u(x) = \ln x$ pour tout i

$C_j(y) = c(y) = \frac{1}{2} y^2$ pour tout j .

$U'_i(x_i) = c'_j(y_j)$ pour tout i et pour tout j .

$\sum x_i = \sum y_j$.

$1/x_i = 1/x = y_j = y \Leftrightarrow 1/x = y$

$I_x = J_y \Leftrightarrow I_x = J \times 1/x \Leftrightarrow x^2 = J/I \Leftrightarrow \text{racine carré } (J/I) \Leftrightarrow y = \text{racine carré } (I/J)$.

Relation entre équilibre et optimum, en un équilibre partiel, le prix p^* est tel que l'um de chaque consommateur est égale à p^* .

$P^* = u_i(x_i^*)$ pour tout i

$P^* = c'_j(y_j^*)$ pour tout j .

$\sum x_i(p^*) = \sum y_j(p^*)$

$X_i(p^*) = \text{racine carré } (J/I)$.

$\Rightarrow P^* = \text{racine carré } (I/J)$

Pus il y a de consommateurs (I), plus le prix est élevé. Moins il y a de producteurs (J), plus le prix est élevé.

2. Optimum de Pareto

Critique le fait de pouvoir faire des comparaisons interpersonnelles d'utilité, de pouvoir comparer les biens être de différents individus. On peut parfaitement comparer le bien être d'un individu dans deux situations néanmoins, il refuse l'idée que l'on puisse dire qu'un individu est dans une meilleure situation qu'un autre en fonction des quantités et de l'utilité que l'on apporte au bien en question.

D'après Marshall, on peut sommer les utilités, elles se valent. Notion d'équité qui est derrière est faible.

On va d'une part, réintroduire les biens absents chez Marshall (monnaie) et on s'interdit des comparaisons de bien être entre individus.

1^{er} étape :

Une allocation, comme chez Marshall, c'est des $x (x_1, \dots, x_l) = x_i = 1, \dots, l$, des $y (y_1, \dots, y_J) = (y_j)_j$ et $m = (m_1, \dots, m_l)$.

On cherche une allocation (x, y, m) , ce que les gens mangent (x), ce que les entreprises produisent (y) et ce que les consommateurs consomment comme quantités des autres biens (m).

Définition d'un optimum de Pareto :

Allocation réalisable : $\sum x_i < \text{ou égal } \sum y_j$

Une allocation réalisable est telle que la quantité de monnaie que l'on distribue aux gens doit être plus petite que la quantité de monnaie qui existe dans l'économie.

$\sum m_i + \sum c_j (y_j) < \text{ou égal } M$.

On doit contrôler qui produit quoi. Les gens ne décident de rien, seul le planificateur décide.

Définition : un optimum de Pareto est une allocation (x, y, m) réalisable telle qu'il n'est pas possible d'augmenter le bien être d'un agent sans pénaliser le bien être d'un autre agent.

Le concept Parétien ne prend pas en compte les comparaisons interpersonnelles d'utilité qui sont interdites. Je compare le bien-être de l'individu 1 dans deux situations différentes, de même pour l'individu 2.

On s'attend à ce que l'ensemble des agents soit des consommateurs ainsi que des producteurs.

Le bien être des producteurs est reversé, dès que l'on prend en compte la monnaie, aux consommateurs (propriétaires des entreprises). Si l'on compte le bien être des producteurs et le bien être des consommateurs, on compterait les producteurs deux fois (en tant que composante du revenu du consommateur). Pour éviter cette double comptabilisation, les agents sont uniquement les consommateurs. Etant donné cela, on peut poser le problème d'un optimum de Pareto.

On a un agent 1, on cherche à augmenter son bien-être sans pénaliser les autres agents donc pour tout $i > 1$.

On se fixe un objectif $\rightarrow u_{\text{barre } i}$. Chaque individu > 1 doit avoir au minimum $u_{\text{barre } i}$.

On a un ensemble de contraintes qui apparaît :

$U_i(x_i) + m_i > \text{ou égal } u_{\text{barre } i}$.

On ne doit pas dégrader leur bien être en dessous de $u_{\text{barre } i}$.

On peut poser formellement le problème :

Max $(x, y, m) u_1(x_1) + m_1$.

Sous la contrainte :

$u_i(x_i) + m_i > \text{ou égal } u_{\text{barre } i}$ pour tout $i > 1$. (1)

$$\sum x_i < \text{ou égal } \sum y_j. (2)$$

$$\sum m_i + \sum c_j (y_j) < \text{ou égal } M. (3)$$

On commence par la contrainte 3.

$$m_i + \sum_{i>1} m_i + \sum c_j (y_j) < \text{ou égal à } M.$$

$$\Leftrightarrow m_i < \text{ou égal } M - \sum_{i>1} m_i - \sum c_j (y_j).$$

Quantité de monnaie que je donne à monsieur 1 est inférieure ou égale à la quantité de monnaie que je donne aux autres agents.

A l'optimum, on doit avoir :

$$m_1 = M - \sum_{i>1} m_i - \sum C_j (y_j)$$

$$\max (x, y, m) \quad u_1(x_1) + M - \sum C_j (y_j) - \sum_{i>1} m_i.$$

Sous la contrainte :

$$u_i(x_i) + m_i > \text{ou égal } \bar{u}_i \quad \text{pour tout } i > 1 (1)$$

$$\sum x_i < \text{ou égal } \sum y_j (2)$$

$$(1) \quad m_i > \text{ou égal } \bar{u}_i - u_i(x_i).$$

A l'optimum, $m_i = \bar{u}_i - u_i(x_i)$ pour tout $i > 1$.

$$\max (x, y) \quad u_1(x_1) + M - \sum C_j (y_j) - \sum_{i>1} (\bar{u}_i - u_i(x_i)).$$

$$\text{NB : } \bar{u}_i - u_i(x_i) = m_i.$$

Sous la contrainte : $\sum x_i < \sum y_j$.

$$\text{Nouveau problème : } \max (x, y) \quad u_1(x_1) + \sum_{i>1} u_i(x_i) - \sum C_j (y_j) + M - \sum_{i>1} \bar{u}_i.$$

Sous la contrainte : $\sum x_i < \text{ou égal } \sum y_j$.

Or, si on a une fonction $f(x) + \text{une constante}$, le point de maximisation de la fonction reste le même.

Ainsi :

$$\max (x, y) \quad \sum u_i(x_i) - \sum C_j (y_j)$$

Sous la contrainte : $\sum x_i < \text{ou égal } \sum y_j$.

On trouve un couple (x, y) optimum de Pareto s'il est solution de ce problème sous une contrainte de réalisabilité. La solution a déjà été trouvée dans l'optimum Marshallien. Ainsi, la solution de ce problème est : (x^*, y^*) de l'optimum marshallien.

Théorème : un équilibre walrasien est un optimum de Pareto. C'est le 1^{er} théorème de l'économie du bien-être/ l'allocation que l'on obtient en un équilibre de marché, c'est la situation qui est la meilleure au sens de Pareto et au sens de Marshall.

L'utilité doit être évaluée en euros car on somme l'utilité avec la monnaie : $u_i(x) + m$. De ce fait, on peut les comparer (exprimée dans la même unité).

3. Théorèmes de l'économie du bien-être

Théorème : un équilibre walrasien est un optimum de Pareto. C'est le 1^{er} théorème de l'économie du bien-être/ l'allocation que l'on obtient en un équilibre de marché, c'est la situation qui est la meilleure au sens de Pareto et au sens de Marshall.

L'utilité doit être évaluée en euros car on somme l'utilité avec la monnaie : $u_i(x) + m$. De ce fait, on peut les comparer (exprimée dans la même unité).

En règle générale, l'utilité en générale est une fonction de x et de m : $u_i(x, m)$. Cela lève la condition nécessaire selon laquelle l'utilité est évaluée en monnaie. Pareto autorise ce choix alors que Marshall l'interdit.

2^{ème} théorème de l'économie du bien-être qui permet de réintroduire l'encaisse monétaire. Question symétrique de la précédente : je viens de montrer qu'un équilibre est optimal en un certain sens, je me demande maintenant est-il possible si je prends un optimum de Pareto, que cet optimum soit un équilibre. Au lieu de laisser le marché agir, je choisis un optimum de Pareto, éventuellement différent de l'allocation qui arriverait à l'équilibre walrasien si je ne fais rien. Est-il possible à moi, puissance publique, planificateur, de faire que le coût que je devrais supporter pour décider qui consomme quoi en laissant le marché fonctionner seul.

Vision centrée sur la puissance publique plutôt que sur le marché.

La main initiale est le planificateur. On met en lumière le rôle que joue la monnaie. Je choisis d'attribuer le même bien être aux individus, est-il possible de distribuer les revenus entre les différents agents et ensuite de fermer les yeux en tant que puissance publique, les marchés agissent d'eux-mêmes, tout le monde va-t-il avoir le même bien-être. Ce théorème nous dit que oui.

On introduit le concept de « frontières des utilités », lève cette restriction selon laquelle chaque agent doit obtenir au moins u_i . allocation réalisable qui maximise les utilités de toutes les personnes.

$$\text{Max } (x, y, m) \sum (u_i(x_i) + m_i) = \sum u_i(x_i) + \sum m_i.$$

$$\text{Sous la contrainte : } \sum x_i < \text{ ou égal } \sum y_j \quad (2)$$

$$\sum m_i + \sum C_j(y_j) < \text{ ou égal } M \quad (3)$$

$$\text{A l'optimum, } \sum m_i = M - \sum C_j(y_j) \quad (3)$$

$$\text{Max } (x, y) \sum u_i(x_i) - \sum C_j(y_j) + M.$$

Sous la contrainte : $\sum x_i < \text{ ou égal } \sum y_j$ (car M est une constante, cela ne change rien à la fonction).

C'est la frontière des utilités lorsque l'on maximise le surplus marshallien ; sous la contrainte de réalisabilité.

Solution $\rightarrow x^* y^* \Rightarrow$ optimum au sens de Marshall.

$$\Rightarrow \text{ La somme maximale des utilités } = \sum u_i(x_i^*) - \sum C_j(y_j^*) + M.$$

La quantité totale de plaisir que l'on va obtenir dans l'économie sera au maximum, cette quantité-là. Comment la répartir entre les différents intervenants ? nous allons le voir :

L'utilité de i est $u_i(x_i^*) + m_i$. Avec m_i sous la contrainte (3).

En tant que puissance publique, je contrôle le plaisir des gens à travers cette frontière. On introduit la puissance publique et le marché. Peut-on rajouter une allocation sur cette frontière et l'obtenir comme un équilibre ? on va parler de taxe

T_i -> taxe sur le revenu du consommateur i . Deux caractéristiques :

- Forfaitaire : ne dépend pas de ce que l'on fait, de nos actions, de nos choix. Elle est indépendante. Différent d'un impôt sur le revenu. De plus, elle dépend de i , elle est personnalisée. Elle dépend de l'individu i .

Marché : $\max u_i(x_i) + m_i + \sum O_{ij} \pi_j(p) - p x_i - T_i$.

P^* -> équilibre walrasien.

Pour tout i et pour tout j , $\sum x_i(p^*) - \sum y_j(p^*)$.

$\sum (u_i(x_i^*) + m_i + \sum O_{ij} \pi_j(p^*) - p^* x_i - T_i)$ -> frontière.

On cherche un système de taxe qui est équilibré.

$\sum T_i = 0$.

$\sum (u_i(x_i^*) + m_i + \sum O_{ij} \pi_j(p^*) - p^* x_i - T_i) = u_i(x_i^*) + M - \sum C_j(y_j^*) - \sum T_i = 0$ le long de la frontière.

Ainsi, avec un budget équilibré, on a : $\sum T_i = 0$ donc l'équation est bien égale à 0.

N'importe quelle allocation le long de la frontière des possibilités peut être atteinte en choisissant adéquatement des taxes et des transferts personnalisés équilibrés.

Chapitre 3 : Incidence de la fiscalité en équilibre partiel, statique comparée et incidence (?)

Introduction

On a montré qu'il existait des relations étroites entre un équilibre et un optimum. Ces notions sont pauvres en termes de désir de redistribution.

Question que l'on va se poser dans ce chapitre : est-il possible de modifier le surplus que l'on va retirer en un équilibre walrasien (et comment).

On rentre dans les débats de politiques économiques (cf td aides au logement) sur la possibilité d'influencer l'équilibre en un sens que l'on juge bénéfique.

Deux exemples qui entraînent à une perturbation de l'offre.

« perturbation de l'offre » : on suppose que les coûts des entreprises sont tous les mêmes.

$C(y) = \frac{1}{2} \alpha y^2$. On suppose que cette fonction est perturbée.

Initialement : $\alpha = \alpha_0$

Finalement : $\alpha = \alpha_1$.

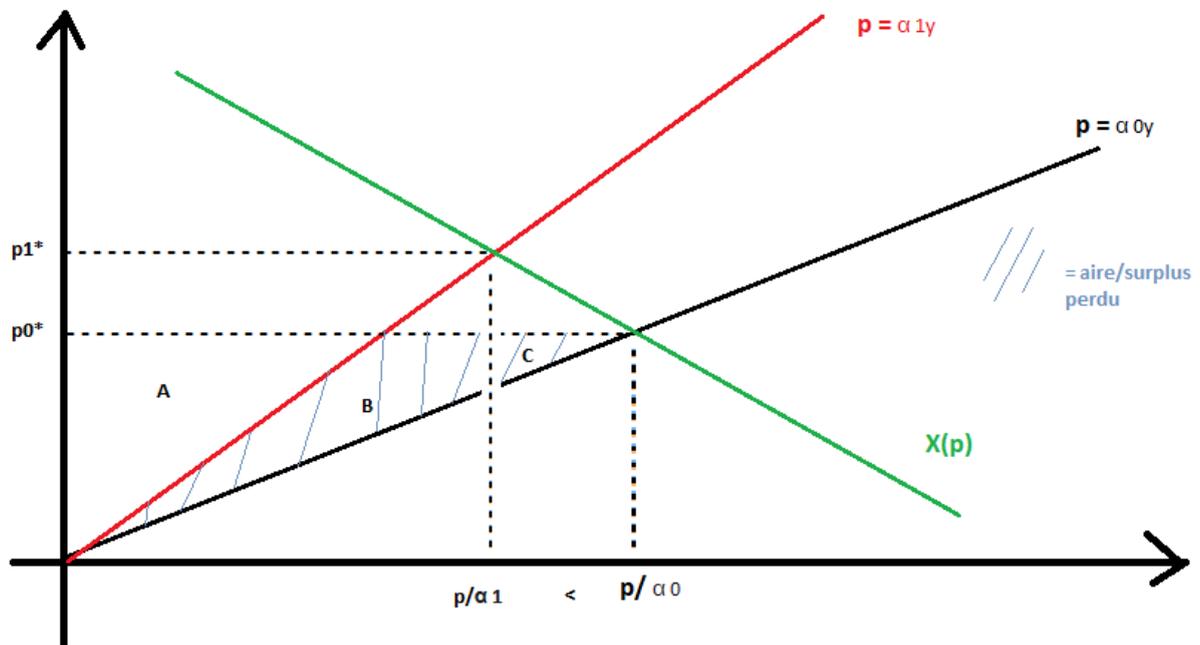
Hausse des coûts de production, $\alpha_1 > \alpha_0$. Les entreprises sont pénalisées par ce renchérissement des coûts. Comment la fonction est-elle modifiée ?

$P = C'y \Leftrightarrow p = \alpha y$

$Y(p) = p / \alpha$

$$Y(p) = p/\alpha_0 \Leftrightarrow p/\alpha_1 < p/\alpha_0.$$

L'offre se contracte, la production diminue pour tout prix.



Pour un prix p , la quantité que je choisis initialement est supérieure à celle que je choisis finalement.

Surplus initial : $A + B + C$.

Surplus final : A . Pénalisation des entreprises.

La contraction de l'offre a conduit à une augmentation du prix. Les producteurs gagnent à cette augmentation, les consommateurs perdent à cette hausse de prix.

Le marché redistribue les gains/pertes aux agents de façon indépendante.

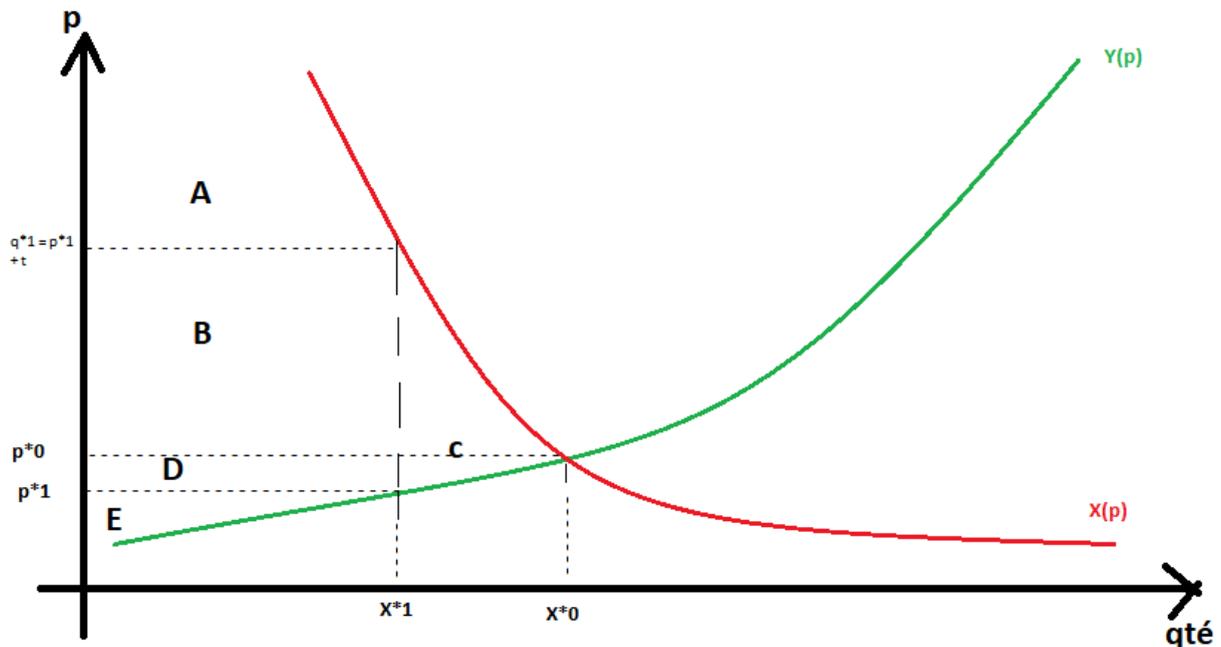
Réécrire

1. La perte sèche de Harberger
2. Questions de répartition

cours du 19/10

On va conclure sur un point qui est légèrement différent mais lié, concerne la mesure du surplus total associée à ces chocs. Lorsque des chocs perturbent les fonctions, le marché redistribue ce que gagne les uns ou les autres ou ce que perd les uns ou les autres mais on ne s'est jamais intéressé à la façon dont le surplus total était modifié.

3. Mesures des pertes de bien-être



Cette taille va baisser systématiquement. Variable sur l'axe des ordonnées ? s'agit d'un prix producteur ou consommateur ? Ici, il s'agit d'un prix producteur. Q étant le prix consommateur. Lorsque l'on introduit une taxe sur l'un des côtés du marché, le marché réagit et dans ce plan, lorsque c'est le prix producteur en ordonnées, la fonction de demande se déplace vers la gauche et on obtient un nouvel équilibre. Le prix à la production a tendance à diminuer, lorsque les consommateurs sont affectés par un choc de politique économique qui dit qu'ils vont payer le bien plus cher, la demande se contracte et le prix a tendance à diminuer tandis que pour les consommateurs, le prix augmente. Taxe : longueur verticale entre p^*1 et p^*1+t . Représentation complète.

Comment les surplus sont changés ? E est l'aire qui représente un surplus pour le producteur.

Si on regarde à quoi était égal le surplus total dans la société :

surplus total initial = $A + B + C + D + E$. Surplus des consommateurs initialement : $A + B$ + petite partie de C et surplus des producteurs : $D + E$ + petite partie de C.

lorsque t devient > 0 , le surplus total final est égal à : pour les consommateurs, ils retirent un surplus qui est égal à l'aire qui correspond à la différence entre ce qu'ils accepteraient de payer et ce qu'ils payent effectivement (p^*1+t). On va neutraliser tout ce qui est en dessous de l'aire A et l'aire A représente le surplus des consommateurs à la situation finale. Pour les producteurs, ils vendaient leur bien au prix p^*0 et le vendent maintenant à p^*1 , ce qui leur coûte à la marge : le coût marginal. A la marge, cela lui coûte son coût marginal et cela lui rapporte p^*1 , par conséquent, son surplus est l'aire E.

Zone vide dans le dessin : $B + C + D$. Qu'est-ce que c'est ? Le plus simple, c'est l'aire $B+D$, a pour hauteur t , et pour base, il a une quantité x^*1 . L'aire $B+D = t \times x^*1$, c'est le produit entre la quantité vendue lorsque le bien est multiplié par la taxe elle-même. Recette fiscale récupérée par la puissance publique (redistribution possible). C'est une mesure du surplus de l'Etat. Ces sous ne sont pas perdus mais récupérés par quelqu'un et potentiellement redistribués aux consommateurs et aux producteurs. L'aire C, on a listé l'ensemble des intervenants, $A+B+D+E$: surplus total dans la situation finale. C ? C'est une perte pour l'ensemble de la société associée à cette taxe. Pourquoi apparaît-elle

systématiquement excepté dans des cas limites ? La quantité ne changerait pas si la courbe est complètement verticale (la perte aurait disparu), la sensibilité de l'offre joue. On regarde le problème dans un espace où sur l'axe des ordonnées : prix = prix producteur. Si c'était le prix consommateurs, on s'intéresserait à la fonction de demande; la perte serait nulle si les producteurs ou les consommateurs ne réagiraient pas dans leur comportement à la taxe. La perte sociale apparaît précisément car les consommateurs/producteurs ont des comportements sensibles à la taxe.

Deux types de pertes:

- L'Etat nous prend des sous, perte sur le revenu, perte matérielle/physique, on paie un impôt.
- Le chocolat étant taxé, en-dehors du cas limite où notre comportement ne change pas, on renonce à la consommation, c'est une perte qui nous affecte car on aime le chocolat mais on ne peut pas en consommer autant que l'on veut. Perte plus subtile. Perte d'autant plus grande que l'on est sensible à la taxe. Effet de substitution entre le prix que l'on taxe et les autres biens (la monnaie); elle est à l'origine d'une perte de bien être inévitable sauf dans les cas limites particuliers (pas très réalistes). C'est ce que l'on appelle la perte sociale.

Perte sociale ou charge morte. Version la plus scientifique : triangle de Harberger. Economiste (plutôt de droite) (années 60) qui passe une partie de sa vie à essayer de mesurer ses pertes. Insister sur la mesure de ses pertes c'est aussi d'insister sur le coût de l'intervention publique dans l'économie.

Deux positions défendables, choix politique : il y a des pertes mais aussi des gains associés à la redistribution faite par les taxes collectées.

Mesure de la perte sociale, mesure de l'aire C : c'est approximativement l'aire d'un triangle, base = D et hauteur : $x^*0 - x^*1$, la perte est positive car $x^*1 < x^*0$. C'est la quantité initiale - la quantité finale. On retrouve dans cette formule l'intuition que l'on essayait de présenter dans les cas limites, seul cas dans lequel la perte sociale est nulle : $x^*0 = x^*1$, la quantité échangée à l'équilibre ne change pas. Le cas le plus réaliste : la perte est positive, la quantité échangée diminue sous l'effet de la taxe. On a l'impression que cette perte est d'autant plus grande que la taxe est grande. Plus la taxe est grande, moins l'on consomme. Cet écart entre x^*0 et x^*1 augmente avec la taxe.

Deux effets :

- à quantités données, la perte sociale augmente
- En plus, la quantité échangée baissant, la perte sociale est amplifiée par rapport à ce 1er mouvement.

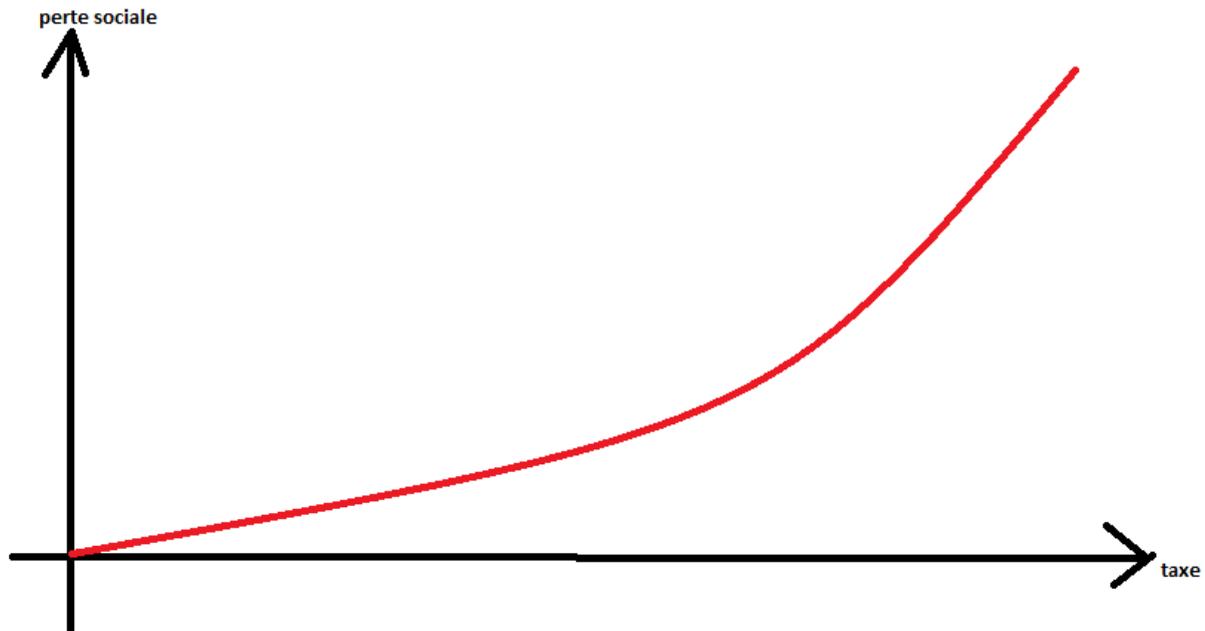
Cas d'une taxe : $X^*1 - X^*0 = dX$. dX est le produit du changement de la demande et de la taxe. Ce changement est $X'(p^*0) \times t$.

Dans l'expression de la perte : $\frac{1}{2} t - X'(p^*0) \times t$. Finalement, cette expression s'écrit $\Leftrightarrow -\frac{1}{2} X'(p^*0) \times t^2$. On a fait apparaître la taxe qui est cachée dans la différence entre X^*1 et X^*0 , la perte sociale est proportionnelle au carré de la taxe (t). X' : pente de la demande, grandeur négative car lorsque le prix augmente on demande moins.

La première chose que l'on voit c'est que la perte sociale est nulle lorsque la demande ne réagit pas (on aurait pu l'écrire en fonction de l'offre), $X' = 0$, changement de prix ne s'accompagne pas d'un changement de la demande OU la taxe est nulle, l'Etat n'intervient pas.

La deuxième chose c'est que cette perte est croissante avec cette taxe.

La troisième chose c'est que la perte est une fonction du carré du taux de taxe, fonction convexe.



La perte sociale est nulle lorsque $t = 0$. Première recommandation : à la marge, la perte sociale va augmenter d'autant plus que la taxe sera grande initialement. Conséquence de cette propriété : on a un ensemble de biens que l'on peut taxer à différents taux, la convexité nous dit que dans le choix entre taxer un grand nombre de biens à des petits taux ou un petit nombre de biens à des grands taux de sorte à récupérer la même recette, on utilise la convexité, à la marge, si on taxe un tout petit nombre de biens, on les taxe très lourdement et la perte sera très importante. La recommandation de finance publique est qu'il vaut mieux répartir les taxes sur un très grand nombre de biens plutôt que de taxer un petit nombre de biens, car la perte sociale sera moins importante. L'assiette de la fiscalité devrait être large, répartie sur un très grand nombre de biens.

La deuxième recommandation vient de la sensibilité de la demande, si on reprend le même problème, on se pose la question, les biens sont différents, certains dont la demande est plus sensible que d'autres. La formule nous dit qu'il vaudrait mieux concentrer la taxe sur des biens dont la demande est la moins sensible au prix, afin de minimiser les pertes, il faut taxer un très grand nombre de biens à des petits taux et plutôt taxer lourdement les biens dont la demande est peu sensible au prix. Ce sont des biens dont on ne peut plus se passer, le revenu des plus démunis est consacré à ces biens, l'essentiel de leur consommation. Biens consommés massivement par les personnes les plus démunies, les biens nécessaires, tension : on ne regarde pas des considérations d'équité, notre préoccupation c'est de minimiser la perte sociale (version conservatrice de la fiscalité). Taxe non uniforme selon les biens, d'où la possibilité d'un conflit entre le désir d'équité et le désir de minimiser la perte sociale.

Chapitre 4 : Externalités

1. Equilibre et optimum, externalités globales (cas type)

Jusqu'à présent avec l'approche d'équilibre partiel, l'interaction entre les différents intervenants est toujours passée par les prix. Certains agents peuvent pénaliser d'autres agents. Cette pénalité ne passait que par le prix, si les autres consommateurs demandent beaucoup, le prix de marché va

s'élever et cela va me pénaliser moi. Les interactions entre les différents intervenants transitent uniquement par les prix.

Il y a un très grand nombre de cas dans lesquels ces façons d'approcher ces interactions entre les agents économiques ne passent pas par le prix. Par exemple, je conduis ma voiture et j'arrose tous les parisiens avec de l'essence, tous les parisiens souffrent de cela. C'est la pénalité que je subis et qui n'est pas passée par un prix. Autre exemple : le vaccin, je ne me fais pas vacciner, je propage la maladie.

Interactions entre producteurs : producteurs localisés sur une rivière, industrie chimique située en amont d'un bassin de pêche, elle rejette quelque chose dans la rivière donc cela réduit le bassin de pêche.

Interactions entre consommateurs et producteurs : débat sur les pesticides dans les champs agricoles qui se propagent dans des hébergements.

On a un tout un ensemble dans lesquels l'interaction entre les différents intervenants passe par autre chose que les prix.

Une externalité c'est une action qui influence le bien-être d'un autre agent et qui ne passe pas par le prix. En présence de ces externalités, les propriétés d'optimalité de l'équilibre walrasien tombent, elles ne sont plus vraies. L'optimalité étant perdue, il y a une nouvelle justification de l'intervention publique qui apparaît. Il est justifié que l'Etat intervienne pour augmenter la taille du gâteau.

C'est le cas d'une externalité globale.

Exemple type : réchauffement climatique. Nous allons voir que l'équilibre walrasien n'est pas optimal aussi bien dans un sens marshallien que parétien.

A. Quel est l'équilibre ?

$I = 2$, deux consommateurs décrits par leurs préférences identiques selon leur goût pour le bien, bien qui implique du réchauffement climatique. Nous allons dire que c'est de l'essence. On ajoute un nouveau terme qui va représenter un effet externe :

$$u(x) + m - \phi_i E.$$

Les individus ne diffèrent que selon ce ϕ_i , il multiplie E (externalité), on l'appelle réchauffement climatique. Mesure de l'élévation des températures qui vient me pénaliser = E .

Comprendre que ce qui est pertinent dans cette analyse ce n'est pas la façon dont les gens souffrent mais autre chose.

ϕ_i mesure la sensibilité à l'élévation des températures, d'autant plus grande que ϕ_i est grand. Mesure de la souffrance lorsque les individus sont exposés au réchauffement climatique, E nous affecte tous mais différemment.

E est lié à notre mode de consommation, si je consomme de l'essence, c'est le fait de consommer de l'essence qui implique le réchauffement climatique. On va supposer que E prend la forme de la consommation agrégée d'essence. L'externalité que l'on subit en présence du réchauffement climatique est égale à la consommation totale d'essence. Le montant d'externalité (pour tous) est le même, le réchauffement climatique sera le même. Elle ne dépend pas de l'identité de la personne qui cause cette externalité.

On suppose que les consommateurs ont un revenu m barre, on neutralise toutes leurs différences excepté le \emptyset i . Tout le monde a le même revenu.

Producteurs : J , ils sont définis par une fonction de coût.

$C(Y)$: $C \times Y$. Le coût marginal c est C , c'est une constante. Le profit est égal à $pY - CY$, on met en facteur la production : $(p-c)Y$.

Trois cas :

- $p > c$, notre profit augmente, on doit choisir $Y = + \infty$ car à chaque fois qu'on produit ça nous rapporte plus que ça nous coûte
- $p < c$ on produit 0
- $p = c$, qlq soit la quantité produite, votre profit sera nul. On s'en moque. $Y = (0, + \infty)$.

Lorsque le prix est grand, la demande sera faible et l'offre égale à $+\infty$, cette situation ne correspond pas à un équilibre.

Cas où $p < c$: Demande positive et offre nulle, pas d'équilibre.

$p = c$: équilibre !

Le coût marginal constant est le prix d'équilibre walrasien est égal au coût marginal.

Les profits sont nuls!

Quelle est la demande du consommateur i ? Solution de son problème de maximisation, il maximise par rapport à x son utilité $u(x) + m$ barre $- px - \emptyset$ iE . E dépend de x mais il est traité comme un externalité lorsque cette dépendance n'est pas perçue par l'agent i .

Lorsque je maximise cette fonction, cela nous donne la même chose. \emptyset iE est pris comme une constante alors que ça n'en est pas une. On maximise la différence entre $u(x)$ et p .

La fonction de demande : $u'(x) = p = p^* = c$.

Chaque agent consomme x^* tel que $u'(x^*) = c$. Consommation totale : $2x^*$. (I x^*)

B. Quel est l'optimum ?

On a trouvé notre équilibre, on passe à l'optimum. Version marshallienne :

Optimum au sens marshallien par l'analyse des surplus, je me mets à la place d'un planificateur, je vais compter le surplus des consommateurs et le déflater des coûts de production.

Surplus des consommateurs : $(u(x_1) - \emptyset_1(x_1+x_2)) - (u(x_2) - \emptyset_2(x_1+x_2))$.

Pour produire $x_1 + x_2$, il faut produire $-cx_1 - cx_2$ (coûts de production).

Argument marginal : on a choisi x_1 et x_2 , et on modifie la consommation de monsieur 1 de dx_1 .

Le changement : $u'(x_1) dx_1 - c dx_1$.

L'utilité marginale du consommateur 1 \times quantité supplémentaire que j'ajuste de bien 1 - coûts de production. Je vois que x_1 joue également à deux autres endroits. Monsieur 1 va être pénalisé de $\emptyset_1 dx_1$ et Monsieur 2 de $\emptyset_2 dx_2$. L'externalité n'est pas prise en compte par le consommateur mais par la puissance publique, c'est la source de la défaillance du marché.

$dx_1 (u'(x_1) - c - \phi_1 \phi_2 dx_1)$ C'est le changement de la contribution de monsieur 1 au surplus social lorsque je modifie sa consommation de dx_1 .

Si $c'est > 0$, on peut augmenter le surplus de monsieur 1 positif, si l'expression est négative, on réduit ce que l'on donne à monsieur 1. La condition d'optimalité : $u'(x_{1opt}) = c + \phi_1 + \phi_2 \Leftrightarrow u'(x_{2opt}) = c + \phi_1 + \phi_2$.

Comme à l'optimum, $x_{1opt} = x_{2opt}$. Le planificateur devrait donner la même quantité de biens à Monsieur 1 et à Monsieur 2, c'est vrai comme à l'équilibre.

Remarque : en présence d'une externalité globale, la consommation optimale de chaque agent ne dépend pas de l'importance de sa souffrance, de son exposition au réchauffement climatique. A l'optimum, la quantité que je devrais consommer est indépendante de la souffrance qu'il subit lorsqu'il est exposé à l'externalité. Ce qui compte c'est $\phi_1 + \phi_2$.

$u(x_{opt}) = u'(x^*) + \phi_1 + \phi_2 > u'(x^*)$ utilité marginale donc $\Leftrightarrow x_{opt} < x^*$.

le marché n'alloue pas correctement la consommation entre les différents agents même si il le fait de façon uniforme, les consommateurs consomment trop de biens par rapport à ce qui serait optimal.

ce qui importe pour comprendre la divergence entre l'allocation d'équilibre x^* et l'allocation à l'optimum, x_{opt} ce n'est pas la souffrance que l'on subit mais celle que l'on cause. C'est un dommage causé à la société dans son ensemble c'est-à-dire $\phi_1 + \phi_2$.

Ce que je cause comme dommage : $\phi_1 + \phi_2$.

Ce que je subis : ϕ_1 .

Activiste du climat, monsieur 1, il sait qu'à chaque fois qu'il consomme, il implique du réchauffement climatique. Que ferait-il ? Il maximise $u(x_1) - p x_1 - \phi_1 (x_1 + x_2)$. il va maximiser par rapport à x_1 cette expression. Monsieur 2 est absent. x_2 qui apparaît, il reste choisi par monsieur 2 et pas contrôlé directement par Monsieur 1.

$\Leftrightarrow u'(x_1) + p + \phi_1 = c + \phi_1 = u'(x^*) + \phi_1$.

Même les personnes sensibles au réchauffement climatique, consomment encore trop de biens par rapport à ce qui va arriver sur le marché. Le point le plus problématique : pour restaurer l'optimalité, il faudrait que chacun prenne en compte l'impact qu'il a sur l'environnement et le dommage qu'il subit à chaque personne dans l'économie.

Le marché est défaillant car il n'arrive pas à atteindre une situation optimale.

C. La politique fiscale, Taxe pigouvienne, restauration de l'optimalité

On introduit une taxe et on montre que cette taxe est bénéfique lorsqu'elle est correctement choisie à l'ensemble de la société.

ti -> une accise personnalisée, dépend de mon identité.

Recette fiscale (T) qui apparaît : $t_1 \times$ quantité consommée par monsieur 1 + $t_2 \times$ quantité consommée par monsieur 2.

Les recettes prélevées sont aussi redistribuées. Monsieur 1 maximise par x_i : $u(x_i) + mbarre - p x_i - \phi_i E + t_i x_i + T_i$. Beaucoup de constantes : $mbarre - \phi_i E$ et T_i .

On maximise : $u(x_i) - x_i(p+t)$. La condition du premier ordre est que l'utilité marginale doit être égale au prix (taxe comprise soit $p+ti$). Situation où les entreprises ont ce coût marginal constant; le prix HT peut être qu'égal à c à l'équilibre.

$\Leftrightarrow u'(x_i) = p + ti = p^* + ti = c + ti$. Existe-t'il un ti tel que $x_i = x_{opt}$? La quantité que je choisis spontanément doit être égale à la quantité optimale que je consomme.

$\Leftrightarrow u'(x_{opt}) = c + \emptyset_1 + \emptyset_2$. Oui ! cette taxe est $\emptyset_1 + \emptyset_2$. Il est optimal que la puissance publique intervienne et taxe le bien au montant égal au dommage marginal que la consommation du bien fait subir à la société.

Cette taxe est appelée taxe pigouvienne, lorsqu'elle est fixée à ce niveau. On dit qu'elle permet d'internaliser les externalités. Effet externe que l'on ne contrôle pas et que l'on ne prend pas en compte dans notre comportement mais que l'Etat via la taxe qu'il met en place arrive à nous la faire intégrer dans notre comportement. L'internalisation c'est le fait que la taxe intègre le dommage que l'on fait subir à la société lorsque l'on consomme le bien.

26/10

On a étudié une variante dans laquelle les interactions entre les agents ne transitent pas uniquement par les prix mais passent par des interactions directes. Dans cette situation, l'équilibre sur le marché n'est généralement pas optimal. On a introduit des taxes (pigoviennes) qui permettent de faire que les agents qui causent les externalités prennent en compte le dommage marginal qu'ils font subir à l'ensemble de la société. Les externalités étaient de type global (réchauffement climatique).

Nous allons reprendre le même outil, la taxe pigouvienne, dans une situation où l'externalité n'est pas globale, elle est symétrique. Des agents causent des dommages à d'autres sans que les autres causent des dommages. Les taxes pigoviennes sont potentiellement moins adaptées. On examinera deux autres façons de répondre à cette difficulté de faire coïncider les échanges marchands avec l'optimum. L'objectif étant de savoir si on peut laisser sans trop intervenir dans les transactions de manière trop directe.

2. Externalité asymétrique, atmosphérique

Situation dans laquelle $I = 2$ (deux consommateurs). On considère que l'externalité E ne vient que de l'agent 1. De plus, $\emptyset_1 = 0$, la souffrance que subit monsieur 1 lorsqu'il y a cette externalité, est nulle. Mais, on a : $\emptyset_2 > 0$. Cet effet externe n'affecte pas celui qui consomme mais l'autre. Exemples que l'on peut avoir en tête :

- rivière, personne qui habite en amont et l'autre en aval. Une subit les dommages des ordures déversés dans la rivière.
- Pluie acide causée par la pollution atmosphérique (vent), les pays les moins riches ont plus d'industrie donc ils polluent plus (ex : Pologne), la Pologne ne subit pas trop car la pollution est déversée à l'Est (Suède).

Dans ce cadre, une taxe aussi bien sur la personne qui pollue peut être un outil mais ce dernier est potentiellement plus difficile à mettre en œuvre.

Le coût marginal c est constant. Le prix de marché à l'équilibre est $= c$.

L'agent 1 a une utilité $u(x_1) + m_{barre} - px_1$, il ne souffre pas de l'externalité. $\Rightarrow u'(x_1) = p = p^* = c$.

Monsieur 2 : $u(x_2) + m_{barre} - px_2 - \emptyset_2 E$. Il souffre de cette externalité mais ne la contrôle pas, E est une donnée. Quand on maximise notre utilité, $u'(x_2) = c$.

La structure des souffrances des individus a beau être asymétrique, comme les externalités ne sont pas prises en compte dans le comportement, l'équilibre coïncide avec ce que l'on a déjà trouvé.

$x_1 = x_2 = x^*$ tel que $u' = c'$. La production totale à l'équilibre sera égale à $2x^*$.

A. Optimum

Surplus brut de monsieur 1 : $u(x_1)$

Surplus brut de monsieur 2 : $u(x_2) - \emptyset 2E$.

On a donc : $u(x_1) - (u(x_2) - \emptyset 2E) - cx_1 - cx_2 \Rightarrow$ surplus à l'optimum.

On sait que $E = x_1$.

Quelle est la consommation optimale de monsieur 1 ? $u'(x_1 \text{ opt}) - \emptyset 2 - c = 0 \Leftrightarrow u'(x_1 \text{ opt}) = c + \emptyset 2$.

Ici, on voit bien que l'équilibre n'est pas optimal, la différence entre les deux quantités $x_1 \text{ opt}$ et x^* c'est $-\emptyset 2$: souffrance que cause monsieur 1 à Monsieur 2. On intègre cette cause.

Lorsque j'augmente d'une unité, monsieur 2 reçoit un surplus supplémentaire égal à $u'(x_2 \text{ opt}) = c = u'(x^*)$. Monsieur 2 qui ne cause pas d'externalité a une consommation qui est optimale.

Monsieur 1, normalement, il devrait égaliser l'utilité marginale à $c + \emptyset 2$ or il l'égalise à c .

$c = u'(x^*)$. On en déduit que $x_1 \text{ opt}$ est plus petit que x^* . Monsieur 1, consomme à l'optimum, trop de biens car sa consommation implique un dommage qu'il ne prend pas en compte. Pour qu'il le prenne en compte, arme fiscale \Rightarrow taxe pigouvienne.

B. Politique fiscale, pigouvienne

On va introduire des taxes t_1 et t_2 sur monsieur 1 et monsieur 2.

Le prix consommateur de monsieur 1 $\Rightarrow c + t_1$

Le prix consommateur de monsieur 2 $\Rightarrow c + t_2$.

Pour monsieur 1, on reprend le même objectif que dans le premier item, utilité de monsieur 1: $u(x_1) + m\text{barre} - ct_1(x_1)$ (car $p = c$). L'objectif de monsieur 1 : maximiser par rapport à x_1 cette quantité.

Lorsque j'augmente d'une unité ma consommation de biens, je retire $u'(x_1)$, cela me coûte $c + t_1(x_1)$.

$u'(x_1) = c + t_1$. Pour que l'équilibre coïncide avec l'optimum, $u'(x_1 \text{ opt}) = c + \emptyset 2$ Si j'impose que $t_1 = -\emptyset 2E$, le choix de monsieur 1 sera celui qui est optimal. $x_1 = x_1 \text{ opt}$ si et seulement si $t_1 = t_2$. Intuition pigouvienne : la taxe que je devrais faire subir à monsieur 1 est égale à la souffrance marginale qu'il cause à monsieur 2.

$u'(x_1) = c + t_1$ et $u'(x \text{ opt}) = c + \emptyset 2 \Leftrightarrow x_1 = x \text{ opt} \Leftrightarrow t_1 = \emptyset 2$.

Monsieur 2, l'objectif est le même : $u(x_2) + m\text{barre} - ct_2(x_2)$. Taxe potentiellement différente, il choisit la quantité x_2 qui maximise cette différence. Pour la même raison, ce que monsieur 2 va choisir : $u'(x_2) = c + t_2$. Je reporte dans ce qu'il serait optimal que ce que monsieur choisisse $u'(x_2 \text{ opt}) = c$. Monsieur 2 consomme la quantité optimal : $x_2 = x \text{ opt} \Leftrightarrow t_2 = 0$. Monsieur 2 ne devrait faire face à aucune taxe car il ne cause pas d'externalités. On ne va pas chercher à modifier son comportement, il est spontanément optimal.

On devine que cette politique est très difficile à mettre en place même s'il y a des exemples où elles pourraient être mises en place (Pologne/Suède). Les individus font face à deux prix, principe fondamental de l'égalité devant l'impôt.

On va essayer de contourner cette difficulté en regardant s'il est possible de restaurer l'optimalité sans utiliser des taxes.

C. Marchandage

On oublie les taxes. On laisse monsieur 1 et monsieur 2 discuter. Ce marchandage va prendre une tonalité particulière en fonction de la répartition des droits de propriété.

Qu'est ce qu'un droit de propriété ? C'est l'attribution de la propriété, d'une certaine prévalence de l'objet à quelqu'un plutôt qu'à quelqu'un d'autre. Exemple type : on a un trottoir, la mairie décide de tracer un trait et dit ce qui est à droite : vélos, et à gauche : piétons. Dans cet exemple, il y a quelque chose qui est juste de déclarer qui est capable d'avoir certains droits et qui ne va pas les avoir.

On va supposer deux cas :

- agent 2 qui souffre : il a le droit à un environnement sain, on lui donne ce droit (une sorte de droit de propriété). Sous cette hypothèse, on regarde comment les deux personnes pourraient discuter, marchander. il va voir l'agent 1 et lui fait une proposition, un contrat qui va prendre la forme de : "si tu consommes x_1 , tu dois me dédommager pour un certain montant". A la fin, ce contrat aboutit. L'agent 2 propose à l'agent 1 un contrat qui tient compte de deux choses : une consommation de l'agent 1 et un transfert que l'agent 1 va faire à l'agent 2.

On a (x_1, T) avec T allant de l'agent 1 à l'agent 2.

L'agent 1 va essayer de savoir s'il doit accepter ou renoncer à cette offre. L'agent 2, ayant droit à un environnement sain, peut lui dire "si jamais tu refuses mon offre, je t'interdis de consommer, de polluer la rivière". Si l'agent 1 refuse la proposition qui lui est faite, il va obtenir une utilité $u(0) + m_{\text{barre}}$.

Si l'agent 1 accepte, que va-t'il se passer ? Il a le droit de consommer x_1 , utilité : $u(x_1) + (m_{\text{barre}} - cx_1) - T$.

Dans quels cas l'accepte-t-il ? Si et seulement si il est mieux quand il accepte le contrat que quand il refuse c'est-à-dire $u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 - T > \text{ou égal } u(0) + m_{\text{barre}}$. L'agent 2 choisit un grand nombre de choses : sa consommation x_2 , le contrat qu'il propose à l'agent 1 x_1, T de sorte à maximiser son utilité $u(x_2) + m_{\text{barre}} - cx_2 - \phi_2 x_2 + T$.

$\max(x_2; x_1, T) \Leftrightarrow$ on maximise notre utilité de consommer le bien - le dommage que je subis lorsque je propose x_1 et T la compensation pour recevoir ses ordures. Le problème que résout l'agent 2 est de maximiser cet objectif sous la contrainte : $u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 - T > \text{ou égal à } u(0) + m_{\text{barre}}$.

C'est le problème que l'agent 2 va résoudre.

Le choix de T : plus T est grand, plus l'agent 2 est content. Le terme de gauche est décroissant avec T , si on a choisi un contrat tel que $u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 - T > u(0) + m_{\text{barre}}$, alors, il pourrait augmenter le transfert qu'il recevra tout en assurant que l'agent 1 acceptera sa proposition. A l'optimum, $dT > 0$ est réalisable (satisfait la contrainte) et conduit, implique une hausse de l'objectif de l'agent 2. Le contrat n'a pas été correctement choisi. A l'optimum, on doit avoir $T = u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 - u(0) - m_{\text{barre}}$, le transfert doit être fixé à la plus grande valeur compatible avec le fait que l'agent 1 accepte le contrat sinon l'agent 2 n'a pas bien choisi sa proposition.

Je peux éliminer la contrainte, on maximise par rapport à x_1 et x_2 : $\max(x_1, x_2) \Leftrightarrow u(x_2) + m_{\text{barre}} - cx_2 - \phi_2 x_1 + T \Leftrightarrow u(x_2) + m_{\text{barre}} - cx_2 - \phi_2 x_1 + (u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 - u(0) - m_{\text{barre}})$. Je maximise par rapport à x_1 et x_2 . Dans l'objectif, x_2 n'apparaît que deux fois : lorsque j'augmente d'une unité, j'éprouve un désir supplémentaire $u'(x_2) = c \Leftrightarrow x_2 = x_2^{\text{opt}}$. Ma consommation reste optimale.

Quantité que l'on autorise à consommer pour l'agent 1 : il apparaît 3 fois. Lorsque j'augmente la proposition de consommation que je fais à monsieur 1, je souffre de ϕ_2 mais j'ai plus de compensation financière. $-\phi_2 + u'(x_1) - c$, cette quantité à l'optimum doit être égale à 0. $u'(x_1) = c + \phi_2 \Leftrightarrow u'(x_1^{\text{opt}})$. $x_1 = x_1^{\text{opt}}$. En donnant le droit de propriété à un environnement sain à l'agent 2, j'ai réussi à faire que l'agent 2 extrait le surplus de l'agent 1 et donc cherche à le maximiser. Il n'a pas

internalisé l'externalité, il extrait le plus grand surplus possible : son objectif coïncide avec l'objectif du planificateur marshallien. Cet objectif est l'objectif du planificateur marshallien : le surplus social. La répartition des droits de propriété suivie par l'échange marchand permet sans outil fiscal et sans avoir à faire face à cette difficulté de mettre en place des taxes différentes selon les dommages que l'on cause, on arrive à faire coïncider l'équilibre et l'optimum. Quand on regarde ce qui arrive à l'agent 1, c'est une inégalité qui arrive à une égalité. L'utilité de l'agent 1 est l'utilité qu'il a lorsqu'il ne consomme pas. La répartition du surplus pénalise celui qui n'a pas le droit de propriété même si l'optimum est atteint. Nous allons voir que les choses peuvent être surprenantes dans le second cas :

- On donne à l'agent 1 le droit de polluer comme il l'entend.

L'agent 2 va discuter avec l'agent 1 : tu as le droit de polluer comme tu le veux mais si tu acceptes de consommer seulement x_1 , je te dédommagerai d'un montant T .

Nouveau contrat : x_1 T mais T est une somme payée par l'agent 2 à l'agent 1 s'il accepte de consommer x_1 .

L'agent 1 refuse le contrat, il consomme ce qu'il veut : $u(x^*) + m_{\text{barre}} - cx^*$ en choisissant $u'(x_1) = c$.

Si il accepte le contrat : $u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 + T$. Il accepte si et seulement si il est mieux dans la situation où il accepte qu'il refuse : $u(x_1) + m_{\text{barre}} - cx_1 + T > (\text{ou égal à}) u(x^*) + m_{\text{barre}} - cx^*$.

L'agent 2 doit se poser la question, qu'est ce que je devrais proposer comme contrat ? on maximise par rapport à $(x_2; x_1, T)$. $u(x_2) + m_{\text{barre}} - cx_2 - \emptyset_2 x_1 - T$. Je dois payer quelque chose qui vient réduire mon encaisse monétaire. Sous la contrainte, que $u(x_1) - cx_1 + T > u(x^*) + cx^*$.

Choix de T ? Si $u(x_1) - cx_1 + T > u(x^*) - cx^*$, chaque fois que l'agent 2 voudrait que l'agent 1 modifie sa consommation, il va modifier son transfert. Le terme de droite (utilité du pollueur lorsqu'il reçoit T) est $>$ au terme de gauche (utilité que le pollueur aurait s'il refusait la proposition). Il est possible de réduire T tout en satisfaisant cette contrainte et en augmentant l'objectif : le pollué peut s'assurer que le pollueur va accepter son contrat tout en lui versant un peu moins d'argent. Dans ce cas-là, $dT < 0$ est réalisable et augmente l'objectif de l'agent 2. Le choix de l'agent 2 en termes de dédommagement n'est pas optimal, il paie trop cher. A l'optimum, on doit avoir $T = (u(x^*) - cx^*) - (u(x_1) - cx_1)$. Le transfert est posé au montant le plus petit possible pour que l'agent 1 accepte la proposition. Le problème revient à maximiser par rapport à x_2 et $x \Leftrightarrow u(x_2) + m_{\text{barre}} - cx_2 - \emptyset_2 x_1 - T \Leftrightarrow u(x_2) + m_{\text{barre}} - cx_2 - \emptyset_2 x_1 - (u(x^*) - cx^*) - (u(x_1) - cx_1)$. A l'optimum, l'agent 2 choisit une quantité x_2 tq $u'(x_2) = c = u'(x^*) \Leftrightarrow x_2 = x^* = x_{\text{opt}}$.

$u'(x_1) = c + \emptyset_1 = u'(x_{\text{opt}}) \Leftrightarrow x_1 = x_{\text{opt}}$. On obtient un optimum avec un pollué qui paie car il n'a pas le droit de propriétés ici.

Dans ce 2ème cas, la situation qui survient avec le marchandage coïncide avec l'optimum.

L'utilité du pollueur était égale à $u(0)$, maintenant, avec le droit de polluer il a $u(x^*) - cx^*$ (forcément supérieure). Il a récupéré la rente des droits de propriété. L'optimum survient sans que l'Etat soit intervenu en dehors de délimiter le droit de propriété Il implique des répartitions de surplus différentes (1er cas : gagnant c'est le pollué).

Version du théorème de Coase.

D. Marché des quotas

Dans l'UE, la façon d'essayer de contrôler le réchauffement climatique se fait par l'intermédiaire du marché du carbone qui implique des entreprises. Elles doivent récupérer des quotas, des montants de quantités qu'elles sont autorisées à émettre dans l'atmosphère.

On introduit un autre marché que le marché pour le bien en question : marché pour le carbone. On suppose qu'il y a des quotas notés E (= externalité) tels que pour consommer x , il faut détenir $E = x$ quotas. On doit les acheter sur le marché des quotas. Il y a une demande : ceux qui ont besoin des quotas, faite par l'agent 1. L'agent 2 c'est l'offre, il vend des quotas, des droits à polluer.

Que fait l'agent 1 ? Demande des droits à polluer, il les achète au prix p_E (prix unitaire d'un droit à polluer), il doit acheter $p_E x$. $u(x_1) + m_{\text{barre}} - c x_1 - p_E E$.

L'agent 2 (offreur de quotas), vendeur de quotas, il les vend au prix de sorte que son utilité $u(x_2) + m_{\text{barre}} - c x_2 - \emptyset 2 E + p_E E$.

Choix de chacun : pour l'agent 1, condition du premier ordre $u'(x_1) = c + p_E$.

Pour l'agent 2, quantité qu'il consomme est telle que $u'(x_2) = c$ ($= x_{\text{opt}} = x^*$). Quelle est la quantité de quotas que l'agent 2 va décider d'offrir à l'agent 1? Il va maximiser par rapport à E de $(p_E - \emptyset 2) E$. Le choix de E est celui qui maximise son utilité.

- si $p_E > \emptyset 2$ le choix optimal de E sera $E = + \text{infini}$. Chaque fois que j'offre un droit à polluer supplémentaire, mon utilité augmente car cette grandeur est positive.
- si $p_E < \emptyset 2$, la quantité que va offrir l'agent 2 sera égale à 0. Si le prix des quotas est trop faible, ça ne sert à rien d'en vendre.
- si $p_E = \emptyset 2$, quelque soit la quantité E choisie, on obtient la même utilité. On peut choisir n'importe quelle quantité.

Conséquence : à l'équilibre, sur le marché des quotas, p_E est égal à $\emptyset 2$. Le prix d'un quota est égal au dommage marginal que le pollueur fait subir au pollué.

Quelles sont les quantités choisies à l'équilibre ?

- agent 2 : $u'(x_2) = c = u'(x_{\text{opt}}) \Leftrightarrow x_2 = x_{\text{opt}}$.
- agent 1 : $u'(x_1) = c + p_E = c + \emptyset 2 = u'(x_1_{\text{opt}}) \Leftrightarrow x_1 = x_1_{\text{opt}}$.

En créant un marché des droits à polluer, on a réussi à restaurer l'optimalité. Marché créé sur l'externalité elle-même, le prix de marché fournit le bon signal aux intervenants : le dommage marginal qu'ils font subir lorsqu'ils consomment une certaine quantité de biens.

Dans quelle mesure le marché peut-il nous fournir des éléments qui reflètent la vraie valeur des choses ? relation entre le prix et la valeur.

La création ou l'extension du domaine de marché (vision libérale) restaure à nouveau (alors qu'une absence de ce marché le prix ne fournissait un bon signal aux intervenants) la qualité du signal prix.

09/11

Chapitre 5 : Biens publics

Jusqu'à présent, on a considéré une consommation individuelle. Caractéristiques de ces biens : biens rivaux. **Rival** \Rightarrow le fait que je consomme le bien empêche les autres de le consommer.

Autre caractéristique : **excluabilité** (le bien est excluable), je peux empêcher quelqu'un de consommer le bien qu'il n'aurait pas acheté. Le fait qu'un bien soit rival implique qu'il soit excluable.

En revanche, il existe en principe des **différences** entre ces deux caractéristiques :

Quand il n'est *pas rival* \Rightarrow *non rival*. Quand il n'est *pas excluable* \Rightarrow *non excluable*.

Exemple d'un bien qui est non rival mais excluable : séance de cinéma, piscine (si je ne paie pas l'entrée, on m'empêche d'y entrer). Le fait de consommer ces services n'empêche pas les autres de les consommer mais on peut nous empêcher de les consommer. Différence entre la notion de rivalité et excluabilité.

Exemple d'un bien non rival et non excluable : éclairage public, quelqu'un qui n'a pas contribué à l'éclairage public peut quand même y bénéficier; défense nationale, phares...

Bien **rival** et donc **excluable** \Rightarrow c'est ce que l'on appelle un **bien privé**.

Dès lors qu'un bien est **non rival**, on dit que le bien est **public**, peu importe qu'il soit excluable ou non. Si, en plus, il est **excluable**, on dit que c'est un bien **public pur**.

Nous allons nous intéresser aux biens publics purs.

La notion de marchandisation de ce service est **moins adaptée** (pas de marché de phares). La caractéristique de bien public va être étroitement liée à celles des **externalités**. Distinction entre ce qui est optimal et ce qu'on pense qui se passerait si on laisse les gens libres (si on ne contrôle pas).

1. Optimalité

Consommateurs $I = 2$.

Leurs préférences ne portent plus sur les biens privés mais sur un seul bien public et la monnaie que je conserve pour les autres biens.

L'utilité que je retire du service public qui m'est offert est fonction de la quantité de services publics : $u_i(\text{service public}) + m$.

On va supposer qu'une unité de service public (exemple : 1h d'éclairage) coûte 1 euro.

Le coût marginal est donc constant, il est égal à 1.

La quantité de services publics est notée G , pour produire G , cela nous coûte G euros.

L'utilité de monsieur i : $u_i(G) + m$.

M barre : quantité totale de monnaie disponible.

A. Optimalité parétienne

Il n'est pas possible d'augmenter le bien être d'un individu sans réduire celui d'un autre.

$\max u_1(G) + m_1$.

sc : $u_2(G) + m_2$ (il consomme la même quantité de services publics).

sc : contrainte de réalisabilité : $M \text{ barre} > \text{ ou égal à } m_1 + m_2 + G$. G étant le coût de production des services publics.

On maximise par rapport à (m_1, m_2, G) .

$m_1 = M \text{ barre} - G - m_2$. L'objectif est décroissant avec m_2 , si je donne plus de monnaie à monsieur 2, je pénalise monsieur 1.

$m_1 = M \text{ barre} - G - (u_2 \text{ barre} - u_2(G))$.

NB/ $u_2 \text{ barre}$: utilité minimale, absence de pénalité de monsieur 2, on lui assure un bien être minimal $u_2 \text{ barre}$.

On maximise par rapport à G : $u_1(G) + M \text{ barre} - G - u_2 \text{ barre} + u_2(G)$.

\Rightarrow **max (par rapport à G) : $u_1(G) + u_2(G) - G$.**

En produisant G , on fait bénéficier la collectivité de monsieur 1 et de monsieur 2.

On a la différence entre l'utilité totale - les coûts de production \Rightarrow c'est le **surplus marshallien**.

- $G > 0$

Argument marginal : si $dG = 1 (>0)$.

Monsieur 1 va éprouver un supplément de bien être = $u'1(G)$, de même pour monsieur 2 = $u'2(G)$. Les deux individus retirent un supplément de bien être qui nous coûte 1 euro supplémentaire.

$u'1(G^*) + u'2(G^*) - 1 = 0 \Rightarrow$ en augmentant la quantité d'un petit peu de biens publics, on ne pourra pas augmenter l'utilité de monsieur 1 tout en satisfaisant les contraintes. A l'optimum, si la quantité G est positive, au point G^* , la dérivée est égale à 0.

Contrairement à ce que l'on a présenté où à l'optimum on aurait eu $u'1(x1^*) = 1 = u'2(x2^*) = 1$, ici, on parle de l'utilité marginale sociale : c'est l'ensemble de la collectivité qui retire cette utilité.

Exemple : $u_i(G) = \theta_i \ln G \Leftrightarrow u'_i(G) = \theta_i/G \Leftrightarrow \theta_1/G^* + \theta_2/G^* - 1 \Leftrightarrow G^* = \theta_1 + \theta_2$.

. C'est la règle de Samuelson : l'utilité marginale sociale des biens publics doit être égale à leur coût marginal (de les produire).

2. Contributions volontaires

Il n'y a pas réellement de marché pour les biens publics (offreurs/demandeurs?). Même s'il n'y a pas de marché, les individus sont disposés spontanément à payer quelque chose pour avoir le service. A combien pourrait-on produire si on laissait les gens contribuer spontanément aux services publics ?

Contribution volontaire notée g_i . Monsieur i va spontanément proposer de payer g_i pour avoir le service public.

$G = g_1 + g_2$.

$u_1(g_1 + g_2) + m_{\text{barre}} - g_1$. Dans cet objectif, la quantité qui est payée par monsieur 2 intervient.

interaction directe qui ne passe plus par le prix entre les deux intervenants : c'est une **externalité**.

Cette externalité est **positive** car à chaque fois que monsieur 2 paie plus, g_2 augmente et de même pour G . L'utilité est une *fonction croissante de G* , leur interaction est donc **bénéfique**.

Notion de **passager clandestin** \Rightarrow certains bénéficiaires de services publics laissent les autres payer mais en profitent quand même.

On va maximiser par rapport à g_1 . sc : $g_1 >$ ou égal 0. Dans certains cas, monsieur 1 accepte de payer et dans d'autres cas, il se dit que monsieur 2 va payer et cela va suffire, il va jouer le rôle de passager clandestin.

Dans le cas d'une externalité, certains individus avaient un comportement qui faisait que les autres en souffraient. Ici, c'est différent : monsieur 1 doit se faire une idée de ce que va faire monsieur 2. g_1 et g_2 sont choisis simultanément.

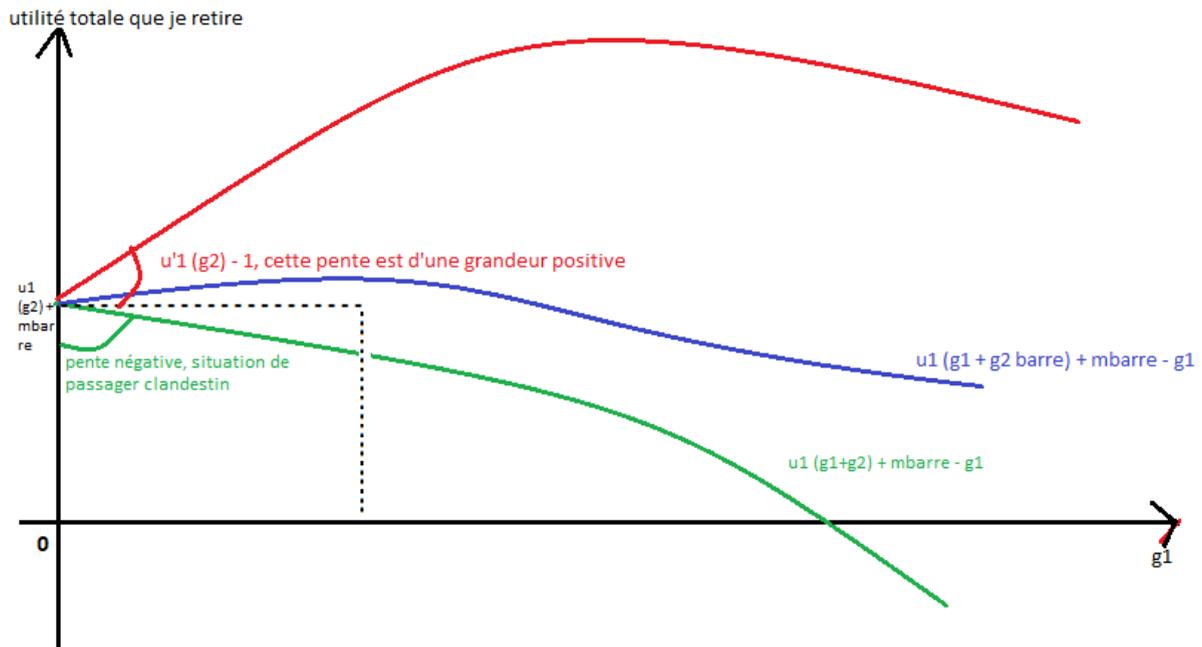
- si $g_1 = 0$

On aura : $u_1(g_2) + m_{\text{barre}}$.

$u_1(g_1 + g_2) + m_{\text{barre}} - g_1$. Dérivée : $u'_1(g_1 + g_2) - 1$ (on ne sait pas si elle est positive ou non).

Lorsque je paie spontanément un euro de plus, mon plaisir augmente de l'utilité marginale du bien public produit.

Dérivée seconde : $u''_1(g_1 + g_2) < 0$.



La quantité de services publics qui est décidée par monsieur 2 par sa contribution volontaire g_2 influence le fait que monsieur 1 paie ou non.

On sait que la fonction est concave mais croissante ou décroissante ? On ne sait pas, on a donc représenté les deux situations possibles :

- courbe rouge : croissante puis décroissante
- courbe verte : décroissante tout le temps

La courbe rouge représente la situation si $u'1(g_2) >$ ou égal à 1.

La courbe verte représente la meilleure stratégie que l'on peut adopter, c'est-à-dire de choisir $g_1 = 0$. C'est le cas du **passager clandestin**.

La courbe verte représente la meilleure contribution, c'est la situation pour laquelle la dérivée est nulle. On choisit g_1 tel que $u'1(g_1+g_2) = 1$. $u'1(g_2) >$ ou égal à 1.

La situation du passager clandestin est telle que : $u'1(g_2) <$ 1, lorsque je ne contribue pas.

On définit un **nombre g_2 barre** tel que $u'1(g_2 \text{ barre}) = 1$. Monsieur 1 est **indifférent** entre contribuer et ne pas contribuer. cf courbe bleue.

$u''1(G) <$ 0. $u'1(g_2) <$ ou égal à 1 est satisfaite si $g_1 >$ ou égal à g_2 barre.

Démonstration :

$u'1(g_2) <$ ou égal à 1 = $u'1(g_2 \text{ barre}) \Leftrightarrow g_2 >$ ou égal à g_2 barre.

$g_1 = 0$; $u_1(g_2) + m \text{ barre}$

$u_1(g_1 + g_2) + m \text{ barre} - g_1 \Leftrightarrow u'1(g_1 + g_2) - 1 \Leftrightarrow u''(g_1 + g_2) <$ 0.

● **Choix de contribution volontaire**

$g_1 = R_1(g_2) = 0$ si $g_2 >$ ou égal à g_2 barre

$g_1 = R_1(g_2)$ est tel que $u'1(g_1+g_2) = 1$ si $g_2 <$ g_2 barre.

Lorsque monsieur 2 contribue peu, monsieur 1 décide de payer et donne la contribution g_1 solution de l'équation utilité marginale = 0.

Si monsieur 2 décide d'augmenter de 1 euro sa contribution g_2 , cette égalité doit être satisfaite si et seulement si :

si $g_1 = R_1(g_2) >$ 0 ($g_2 <$ ou égal à g_2 barre).

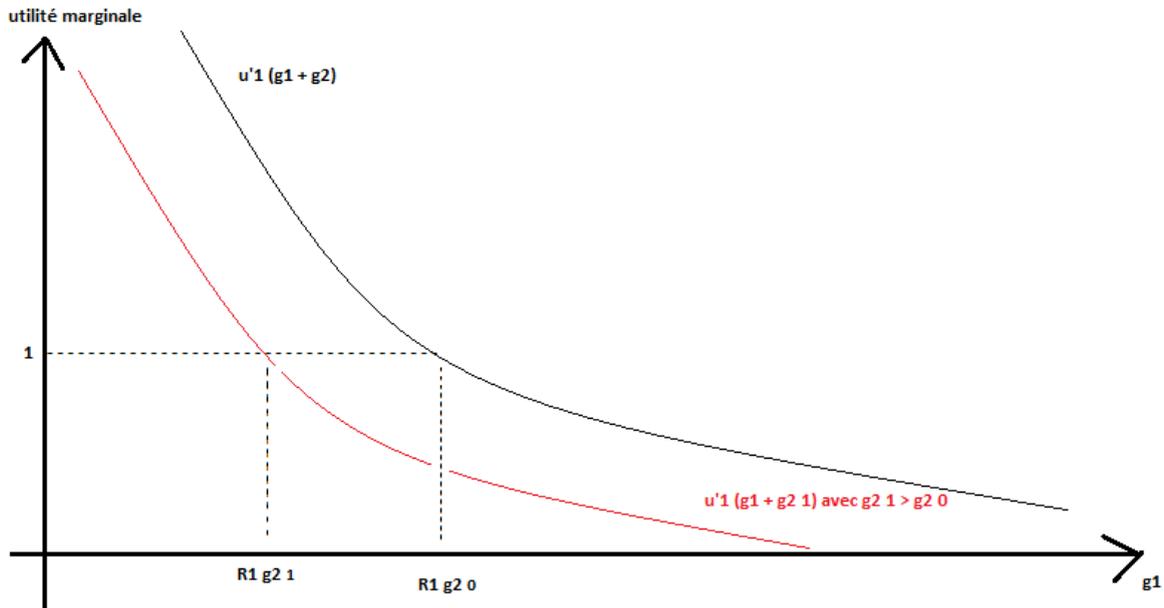
$u'1(g_1 + g_2) = 1$.

Supposons $dg_2 = 1$ euro.

Seule façon : $(g_1 + g_2)$ est constante, la pente de la fonction R est égale à - 1.

Chaque fois que monsieur 2 paie 1 euro supplémentaire, je paie un 1 euro de moins.

Graphiquement :



Interprétation g_2 barre \Rightarrow Si monsieur 2 paye 10 euros, 1 est indifférent, mais si monsieur 2 avait payé plus, monsieur 1 n'aurait pas payé mais si monsieur 2 avait contribué 1 centime de moins, monsieur 1 aurait payé. C'est donc le montant minimal qui fait que monsieur 1 devient un passager clandestin.

Si j'augmente g_2 , mon utilité marginale sera plus petite (courbe rouge). La contribution de monsieur 1 est plus petite dans ce cas.

Argument analytique pour trouver la pente de la fonction R. ($r_1(g_2) > 0$)

Supposons que monsieur 1 n'est pas un passager clandestin : $g_2 < g_2$ barre.

Alors $R_1(g_2) \Leftrightarrow u'_1(R_1(g_2) + g_2) - 1 = 0. \Leftrightarrow u'_1(R_1(g_2) + g_2) = 1$

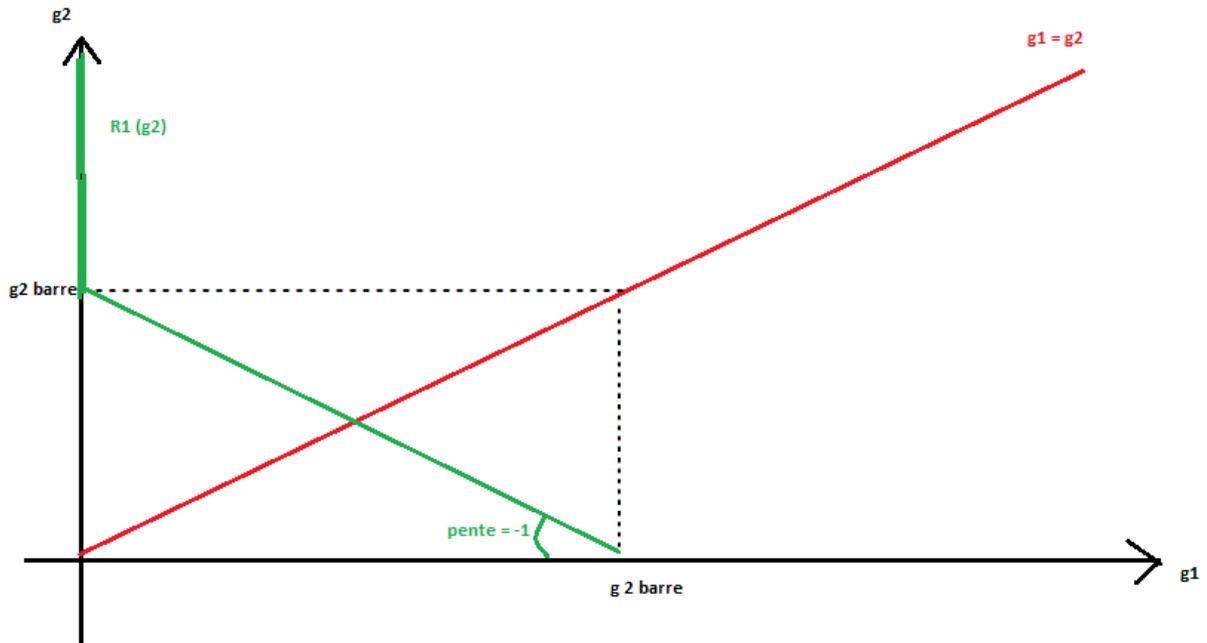
$dg_2 = 1$ avec $g_2 < g_2$ barre.

On aura : (cf dérivé d'une fonction composée $f(g(x))' = g'(x) \times f'(g(x))$) : $(R'_1(g_2) + 1) u''_1(R_1(g_2) + g_2) = 0$.

Avec u'' ... une quantité négative.

$\Leftrightarrow R'_1(g_2) = - 1$.

C'est la **pente de la meilleure contribution de monsieur 1 lorsque 2 contribue g_2** \Rightarrow chaque fois que monsieur 2 contribue un euro de plus, monsieur contribue 1 euro de moins.



Le fait que Monsieur 2 contribue beaucoup \Rightarrow cela augmente $G \Rightarrow$ diminue l'utilité marginale de monsieur 1, on va buter sur l'origine ($g_1 = 0$).

Exemple : $u_1(G) = \emptyset_1 \ln G$

$g_2 \text{ barre}$ est tel que : $u'_1(g_2 \text{ barre}) = 1 \Leftrightarrow \emptyset/g_2 \text{ barre} = 1 \Leftrightarrow g_2 \text{ barre} = \emptyset_1$.

$u'_1(g_1 + g_2) = 1 \Rightarrow$ condition du premier ordre (CPO).

$\Leftrightarrow \emptyset/(g_1+g_2) = 1 \Leftrightarrow g_1 = \emptyset_1 - g_2 \Leftrightarrow$ droite de pente -1.

Meilleure contribution volontaire :

$g_1 = R_1(g_2) = 0$ si $g_2 >$ ou égal à $g_2 \text{ barre} \Leftrightarrow g_2 >$ ou égal à \emptyset_1

$g_1 = R_1(g_2) = \emptyset_1 - g_2$ si $g_2 <$ ou égal à $g_2 \text{ barre}$ donc $g_2 <$ ou égal à \emptyset_1 .

Si $g_2 = \emptyset_1$, alors on choisit ce qu'on veut faire car les deux réactions possibles sont nulles.

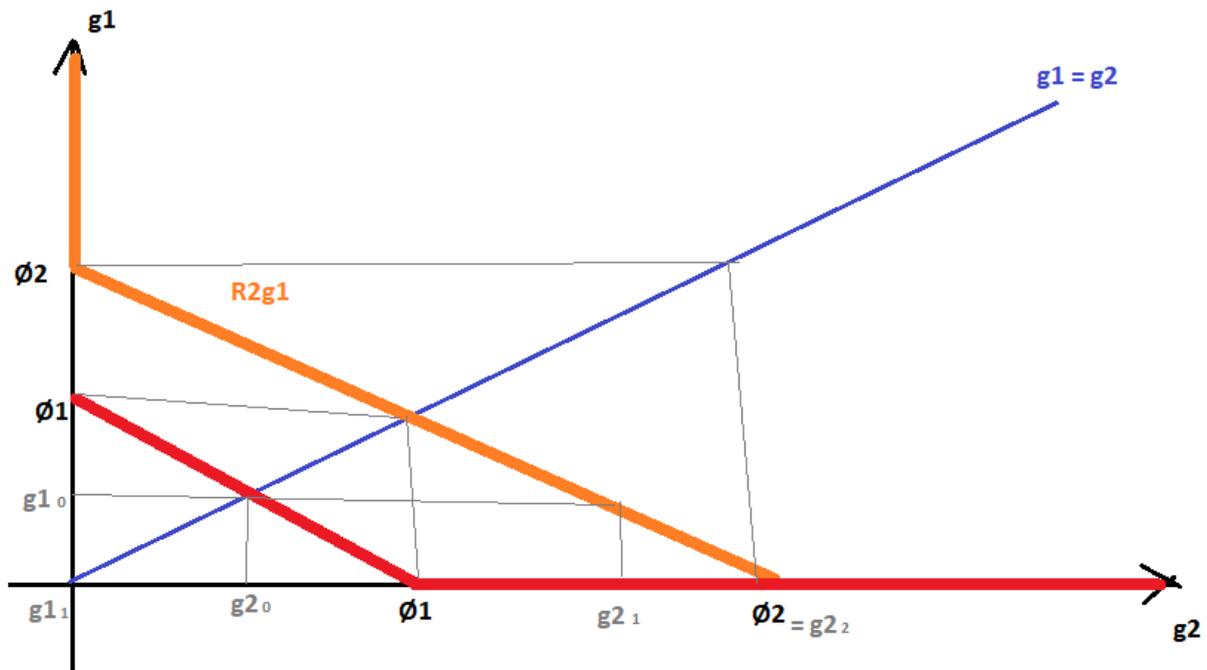
16/11

Biens publics

essayer de comprendre quelles sont les contributions volontaires g_1 et g_2 de deux agents. dans l'exemple de $u_i(G) = \emptyset_i \log G$.

La meilleure réponse de la personne 1 quand l'autre contribue g_2 , c'est 0 si g_2 est supérieur à un certain seuil (\emptyset_1) obtenue lorsque $u'_1(g_2) = 1$. $\emptyset_1 - g_2$ si $g_2 < \emptyset_1$.

Pour toute contribution de la personne 2, monsieur 1 décide de faire varier sa contribution.



ϕ_1 représente la plus petite valorisation.

Si $g_2 > \phi_1$, $g_1 = 0$.

Si $g_1 > \phi_2$, alors la meilleure réponse de l'agent 1 serait de contribuer un petit montant (0) \Rightarrow passer clandestin.

La fonction rouge représente $R_1(g_2)$, c'est-à-dire la meilleure réaction de l'agent 1 lorsque l'agent 2 contribue g_2 .

Lorsque g_2 est très grand, l'utilité marginale est plus faible donc l'agent 1 ne contribue pas.

Par symétrie, on a : $R_2(g_1)$ qui est la meilleure contribution de l'agent 2. (courbe orange).

$R_2(g_1) = 0$ si $g_1 > \phi_2$ et $= \phi_2 - g_1$ si $g_1 < \phi_2$.

Pour représenter cette fonction, on fait la même chose. Si $g_1 > \phi_2$, l'agent 2 se comporte comme un passager clandestin. Si $g_1 < \phi_2 \Rightarrow g_1 = \phi_2 - g_2$.

Les deux courbes sont parallèles.

C'est comme si on avait une offre et une demande, deux agents essaient de savoir ce qu'ils doivent contribuer.

On va maintenant chercher à savoir ce que pourrait être une situation qui correspondrait à un équilibre.

On choisit g_2^0 au hasard, l'agent 1 pense que l'agent 2 va contribuer g_2^0 , quelle est sa meilleure réponse possible ? On regarde la courbe rouge. g_1^0 représente la contribution que fait l'agent 1 volontairement s'il pensait que g_2 contribue g_2^0 .

L'agent 2 se dit : il va contribuer g_1^0 , quelle est la meilleure réponse possible ? on regarde la courbe orange, on a $g_2^1 > g_2^0$.

On ne peut pas savoir ce que l'autre va payer. On est obligés de faire une conjecture au hasard.

$g_2^1 = R_2(g_1^0)$.

L'agent 1 est celui qui valorise le moins les biens publics : $\phi_1 < \phi_2$. La meilleure réponse à g_1^0 est g_2^2 . Situation stable où chacun anticipe correctement la contribution de chaque personne.

A g_2^2 , on a un point particulier : intersection des deux courbes, chacun anticipe correctement et joue la meilleure contribution à la contribution de l'autre \Rightarrow c'est l'équilibre E_v (avec la contribution volontaire). Cet équilibre est appelé équilibre de NASH où chacun élabore une stratégie sans savoir ce que va faire l'autre.

A l'équilibre, au point E_v , la CV de 1 est égale à 0, c'est un passager clandestin. En règle générale, celui qui valorise moins le bien public ne contribue pas.

$gv_1 = 0$. $gv_2 = \emptyset$.

On a le système suivant : $gv_1 = R_1(gv_2)$ et $gv_2 = R_2(gv_1)$.

Si à l'équilibre ce système a une solution, alors l'équilibre est appelé équilibre de Nash. L'agent 1 comprend que l'agent 2 va contribuer gv_2 donc il va contribuer gv_1 et l'agent 2 comprend que...etc...

G^* (optimale) = $\emptyset_1 + \emptyset_2 > \emptyset_2$ et $\emptyset_2 = gv_1 + gv_2 = G_v$.

La quantité de G produite spontanément est inférieure à la quantité de G optimale.

C'est une propriété générale, le résultat n'est pas surprenant car la contribution de chaque agent produit une externalité (positive), ainsi, l'équilibre n'est pas optimal. Sa quantité produite est trop petite car l'externalité positive n'est pas bien intégrée.

Cas général : $u_i(G)$ quelconque.

D'après la règle de Samuelson, on a : $u'_1(G^*) + u'_2(G^*) = 1$.

Comment situer G^* par rapport à G_v ? On va comparer les deux : $G_v < G^*$ Propriété générale ? d'après l'argument déjà énoncé, oui !

On distingue quatre cas.

Premier cas : l'équilibre est atteint lorsque les deux agents contribuent, il n'y a pas de passager clandestin. $u'_1(G_v) = u'_1(gv_1 + gv_2) = 1 \Rightarrow$ coût marginal que je subis lorsque je paie un euro de plus. De la même manière, on a : $u'_2(G_v) = u'_2(gv_1 + gv_2) = 1$. Les utilités marginales sont égalisées. donc, $u'_1(G_v) + u'_2(G_v) = 1 + 1 = 2 > 1$. $1 = u'_1(G^*) + u'_2(G^*) < 2$. L'utilité marginale est une fonction décroissante, $u''_1 < 0$ et $u''_2 < 0 \Leftrightarrow u''_1(G) + u''_2(G) < 0$.

$G_v < G^*$.

Deuxième cas : seul l'agent 1 contribue, l'agent 2 est un passager clandestin.

$gv_1 > 0$ et $gv_2 = 0 \Leftrightarrow G^* = gv_1$. $u'_1(G_v) = 1$ et $u'_2(G_v) < (\text{ou égale}) \text{ à } 1$ (mais positive).

$u'_1(G_v) + u'_2(G_v) > 1$, or, $1 = u'_1(G^*) + u'_2(G^*)$ on a donc : $G_v < G^*$ d'après le même argument que dans le premier cas.

Troisième cas : seul l'agent 2 contribue, l'agent 1 est un passager clandestin.

$gv_2 > 0$ et $gv_1 = 0$. Cas symétrique du deuxième cas, on aura : $G_v < G^*$.

Quatrième cas : personne ne veut du bien public donc personne ne contribue.

$gv_1 = 0$ et $gv_2 = 0$. $G_v = 0 < G^*$.

Conclusion : quelque soit la configuration à l'équilibre, la contribution volontaire sera toujours inférieure à la configuration faite à l'optimum.

Peut-on restaurer l'optimalité de la souscription volontaire ? cela va être l'objet du 3.

3. Restaurer l'optimalité de l'équilibre

- Erik Lindahl

Première proposition : Erik Lindahl propose de créer un marché. On va créer un marché pour les biens publics où chacun paie pour l'éclairage public.

On introduit un prix personnalisé : P_i .

$u_i(G) + m - p_i G \Rightarrow$ utilité de monsieur i .

$p_i = u'_i(G^*)$. Si j'impose cela, chaque agent va payer un prix qui fait que ce qu'il veut comme quantité de biens publics c'est G^* .

Exemple : $u_i(G) = \theta_i \ln G$

$u'_i(G^*) = \theta_i/G^* = \theta_i/(\theta_1 + \theta_2)$.

Pour des θ_i élevés, les personnes paient plus pour le bien public. Le prix P_i est d'autant plus grand qu'ils utilisent le bien public.

On suppose que la commune est capable de connaître nos préférences, c'est compliqué.

Une situation qui correspond à la proposition faite par Lindahl est très difficile à mettre en œuvre.

- Mécanisme de Groves-Clarke

Deuxième proposition : mécanisme de Groves-Clarke (idée développée dans les années 1970).

On confronte les agents 1 et 2 à une règle de jeu en trois étapes

- quelque soit G , chacun paie $G/2$.
- Je demande à chacun de me dire combien ils seraient prêts à payer pour chaque unité de G . $r_i(G) \Rightarrow$ monsieur i annonce combien il serait prêt à payer. C'est une fonction. L'agent 1 reçoit $r_2(G)$ et l'agent 2 reçoit $r_1(G)$. Je donne à un agent ce que l'autre agent accepte de payer.
- $\text{Max } r_1(G) + r_2(G)$ (par rapport à G).

D'après la règle 1, on a : $(u_1(G) + m - G/2) + r_2(G)$.

Combien est-ce que je devrais déclarer pour la valorisation du bien public ? D'après la règle 2, on a le meilleur r à déclarer tel que : $r_1(G) = u_1(G) + m - G/2$.

D'après la règle 3, on a : $\text{max } (u_1(G) + m - G/2) + (u_2(G) + m - G/2)$.

$\Leftrightarrow \text{Max } u_1(G) + u_2(G) - G =$ surplus marshallien $= G^*$. Le mieux pour tous les agents est de contribuer G^* .

Partie 3 : Equilibre général

Chapitre 6 : L'échange, la boîte d'Edgeworth

Équilibre partiel est assez restrictif mais traduit l'essentiel des relations entre l'équilibre et l'optimum, cadre de référence de la L2.

Jusqu'à présent, l'équilibre partiel est une situation où on travaillait avec cette forme d'utilité : $u_i(x) + m$, restrictif car cela veut dire que l'utilité ou le plaisir que l'on dégage sur les autres biens est, en fait, à la marge, indépendant de notre consommation du bien x .

On va toujours travailler avec deux agents : $I = 2$ et maintenant, il y a deux biens notés x tous les deux. x va représenter une quantité de biens qui va devoir être indicée par deux indices : quel est le bien ? Quel est l'agent qui consomme ce bien ? Ils sont indicés par $I = 1, 2$, $L = 2$ (il y a deux biens). $x(I, i) \Rightarrow I$ en bas et i en haut. Le petit i représente l'agent qui consomme le bien. On a donc : $x(1,1)$, $x(1,2)$, $x(2,1)$, $x(2,2)$.

Deux notations : notation x_i quand on consomme la variable I , représente un vecteur de deux dimensions qui nous donne les quantités de biens 1 et 2 consommées par monsieur i . De même, vecteur $(x(I,1); x(I,2))$.

L'utilité de monsieur i s'écrit : $u_i(x, m) \Rightarrow$ on n'a plus besoin de spécifier l'unité dans laquelle je parle.

Lorsque je consomme une unité de bien x supplémentaire, l'utilité marginale que je retire va dépendre de m . Maintenant, l'utilité marginale qui définissait le prix du bien, ne va plus dépendre uniquement de la quantité du bien que je consomme mais de l'ensemble des biens que je consomme.

$u_i(x_1, x_2) = u_i(x_i)$ car x_i est un vecteur, pas un nombre.

On va utiliser trois propriétés des préférences :

- continues
- monotones
- convexes.

Continuité : si je consomme un peu plus d'un bien, mon utilité augmente un petit peu. Cela suppose que les fonctions soient continues mais aussi dérivables. NB/ Il existe deux utilités marginales pour monsieur i .

si on a dx_1 différente de 0 \Rightarrow quantité de bien 1 qui change pour monsieur i , de combien va changer son utilité ?

$du_i(x_1, x_2) \Rightarrow$ on suppose que x_1 change mais pas x_2 , x_2 est un paramètre constant.

On dérive par rapport à x_1 (dérivée partielle) : (du_i/dx_1) fois x_1 , x_2 fois dx_1 . Avec du_i/dx_1 fois x_1 , x_2 l'utilité marginale du bien 1 pour l'agent i .

Propriété de monotonie : (du_i/dx_i) fois $(x_i) > 0$. \Rightarrow quelque soit x_i et (I, i) , si j'ai le choix entre deux biens, quelque soit la quantité de chocolat que j'ai déjà, une quantité de chocolat en plus me fait plaisir (augmente mon utilité) (non satiation des besoins).

$dx_1 > 0 \Leftrightarrow (du_i(x_i)/dx_1)$ fois $dx_1 > 0$. les deux termes sont positifs.

Comment ajuster la consommation de bien 2 pour que mon utilité retrouve son niveau initial ?

On cherche dx_2 tel que $du_i = 0$.

du_i change pour deux raisons :

- la quantité de bien 1 augmente
- la quantité de bien 2 change.