

TD2. ÉQUITÉ ET EFFICACITÉ DES AIDES AUX ENTREPRISES EN DIFFICULTÉ

On considère un marché sur lequel deux entreprises $j = 1, 2$ se comportent de façon concurrentielle. Leurs technologies sont caractérisées par les fonction de coût $c_j(y)$, avec

$$c_1(y) = \frac{y^2}{2}, \quad c_2(y) = y + \frac{y^2}{2}.$$

où y le nombre d'unités de bien produites. Pour simplifier, on supposera qu'il n'y a qu'un seul consommateur, propriétaire des entreprises, et disposant initialement du revenu \bar{m} . Ses préférences sont représentées par la fonction d'utilité

$$u(x) + m = 2\sqrt{x} + m$$

lorsqu'il consomme x unités du bien et conserve m euros (qu'il peut consacrer à l'achat d'autres biens).

1. L'OFFRE

- (a) Montrez que l'entreprise 1 est active pour tout prix positif, tandis que l'entreprise 2 est inactive lorsque $p < 1$.
- (b) Quelle est la fonction d'offre $y_j(p)$ de l'entreprise j ?
- (c) Quelle est la fonction d'offre agrégée $Y(p) = y_1(p) + y_2(p)$ sur le marché ? Représentez-la dans un plan où les quantités sont en abscisse et les prix en ordonnées.

2. LA DEMANDE

- (a) Ecrivez la contrainte budgétaire du consommateur. En utilisant cette contrainte, écrivez l'utilité du consommateur sans faire référence à l'encaisse monétaire m .
- (b) En maximisant l'utilité trouvée dans la question précédente, montrez que la fonction de demande agrégée est

$$X(p) = 1/p^2.$$

Représentez-la dans un plan où les quantités sont en abscisse et les prix en ordonnées.

3. L'ÉQUILIBRE

- (a) Soit p^* le prix d'équilibre. Quelle est l'équation donnant ce prix si $p^* < 1$? Que devient cette équation si $p^* \geq 1$?
- (b) Montrez que $p^* = 1$. Quelle est la production de chaque entreprise à l'équilibre ?

4. L'OPTIMUM

On s'intéresse maintenant aux propriétés d'optimalité de l'équilibre : à quelles recommandations quant à l'activité des entreprises nous conduit l'application d'un critère marshallien ?

- (a) Calculez le surplus brut et le surplus net du ménage s'il consomme x unités du bien. Représentez-les graphiquement en vous référant à son utilité marginale.
 - (b) Supposons que la puissance publique souhaite faire produire aux entreprises une quantité totale y du bien. Comment devrait-elle répartir cette quantité entre les deux entreprises ?
 - (c) En utilisant le résultat de la question 4.b., écrivez le coût de production de $c(y)$ de y unités du bien.
 - (d) Ecrivez alors le programme donnant les optima marshalliens et caractérisez ces optima. Commentez.
5. *Optionnelle – à traiter après le chapitre 3.* L'activité de l'entreprise 2 rentre dans le cadre d'une politique industrielle qui cherche à la sauvegarder. Cette politique doit s'adresser à l'ensemble du secteur. Pour cela, une subvention s est versée à tous les producteurs : lorsque les consommateurs payent le bien au prix q , les producteurs reçoivent $p = q + s$ euros sur chaque unité.
- (a) Exprimez la nouvelle fonction d'offre agrégée en fonction du prix q payé par les consommateurs.
 - (b) Représentez la nouvelle fonction d'offre et la fonction d'offre avant subvention dans un plan où les quantités sont en abscisse et le prix q est en ordonnées. Comment change le prix d'équilibre reçu par les producteurs lorsque la subvention est mise en place ?
 - (c) Ecrivez l'équation d'égalité entre l'offre et la demande lorsque $s > 0$.
 - (d) Exprimez le changement de prix dq^* en fonction du changement de la subvention ds pour une petite subvention ($s \simeq 0$). Montrez que, pour $q^* = 1$ et $s = 0$, ce changement est
$$dq^* = -\frac{1}{2}ds.$$
 - (e) De combien le prix reçu par les producteurs change-t-il ?
 - (f) Calculez la perte sociale de Harberger. Peut-on dire que la politique de subvention est d'autant plus appréciable qu'elle bénéficie aux consommateurs ?

TD2. PERDANT AU LIBRE CHOIX

Les mesures de politique publique laissent parfois le choix aux usagers d'en bénéficier ou non. C'était par exemple le cas du Prélèvement Forfaitaire Unique sur les revenus du capital mis en place en 2018. L'acceptabilité sociale de la politique est perçue comme étant alors meilleure puisque les usagers, ayant toujours la possibilité de ne pas bénéficier de la mesure, ne devraient pas en souffrir : il suffit pour cela qu'ils optent pour le statu quo. Cet exercice montre que cette idée simple peut être battue en brèche par le marché.

I. COMPORTEMENTS INDIVIDUELS

Chaque entreprise $j = 1, \dots, J$ utilise la même technologie. Chacune doit supporter un coût de $c(y) = y^2/2$ euros lorsqu'elle produit y unités d'un bien. Soit $p > 0$ le prix de ce bien.

1. Quelle est la fonction d'offre individuelle $y_j(p)$ de l'entreprise j ? Quel est son profit au prix p ?

Il y a I consommateurs $i = 1, \dots, I$. Chacun d'eux détient une part égale de chaque entreprise et dispose en outre de \bar{m} euros; la quantité totale de monnaie est noté \bar{M} . Les préférences du consommateur i sont représentées par la fonction d'utilité $b_i \log x + m$ lorsqu'il consomme x unités du bien et conserve m euros, qu'il peut consacrer à l'achat d'autres biens. On suppose que $b_i > 0$ pour tout i .

1. Quel est le revenu du capital perçu par le consommateur i ?
2. Ecrivez la contrainte budgétaire du consommateur i .
3. Après avoir éliminé la référence à sa demande d'encaisse monétaire dans son utilité, calculez sa demande $x_i(p)$ de biens au prix p .
4. Quelle utilité obtient-il au prix p ?

II. EQUILIBRE WALRASSIEN

1. Quel est le prix p_0^* d'équilibre walrassien? Quelles sont alors les quantités offertes et demandées par chaque agent? On notera

$$B = \sum_i b_i.$$

2. Quelle est l'utilité dégagée par le consommateur i à l'équilibre?

III. PREMIER THÉORÈME DE L'ÉCONOMIE DU BIEN-ÊTRE

A. SURPLUS MARSHALLIEN

1. Quel est le surplus marshallien de cette économie?

- Montrez que, si un planificateur souhaite maximiser ce surplus sous la contrainte de réalisabilité qu'il ne peut pas distribuer plus de biens que ce qui a été produit, il doit choisir des consommations $(x_i^*)_{i>1}$ et des productions $(y_j^*)_j$ qui maximisent

$$b_1 \log \left(\sum_j y_j - \sum_{i>1} x_i \right) + \sum_{i>1} b_i \log x_i - \frac{1}{2} \sum_j y_j^2.$$

Quelle est alors la consommation réservée au consommateur $i = 1$?

- En utilisant un argument marginal, montrez que toutes les productions y_j^* sont égales. Soit y^* la production de chaque entreprise.
- En utilisant un argument marginal, montrez que

$$\frac{b_i}{x_i^*} = y^* \text{ pour tout } i.$$

- Montrez que l'allocation obtenue à l'équilibre walrassien maximise le surplus marshallien.

B. OPTIMALITÉ PARETIENNE

- On s'intéresse maintenant aux optima de Pareto de cette économie. Ecrivez le programme permettant de les caractériser.
- Montrez que l'équilibre walrassien est un optimum de Pareto. (Vous pourrez pour cela montrer que le programme obtenu dans la question précédente coïncide avec celui étudié en III.A.)

IV. LA POLITIQUE DE TON CHOIX

La puissance publique souhaite encourager la production du bien. Elle propose aux consommateurs de subventionner au taux s leurs achats : lorsque le prix est p , un consommateur ne paye que $(1 - s)p$, avec $0 < s < 1$. Pour financer la politique, chaque consommateur doit payer T_0 euros ; ceux qui bénéficient de la subvention doivent en plus payer T_1 euros. Les consommateurs sont libres de bénéficier de la subvention ou non.

- Quelle est la demande d'un consommateur i qui choisirait de bénéficier de la subvention ? Quelle est son utilité ?
- Montrez que le consommateur i opte pour la subvention lorsque

$$b_i > \frac{T_1}{-\log(1 - s_i)}.$$

- Pour simplifier, on suppose maintenant qu'il n'y a que deux consommateurs $i = 1, 2$. On pose $b_1 < b_2$. Quel est le nouveau prix équilibre walrassien p_1^* si seul le consommateur 2 opte pour le nouveau régime ?

4. Pourquoi le consommateur 1, bien qu'ayant opté pour le statu quo, souffre-t-il de la politique ?

5. *Optionnel, pour aller plus loin.* Soit $s = 1/2$.

(a) Ecrivez la contrainte de budget de la puissance publique lorsque seul le consommateur 2 opte pour le bénéfice de la subvention.

(b) Montrez que, lorsque le budget de la puissance publique est équilibré, le consommateur i opte pour la subvention si et seulement si

$$b_i \geq \frac{b_2 - 2T_0}{\log 2}.$$

(c) Dans ce qui suit, on suppose que

$$2T_0 < b_2 < \frac{2T_0}{1 - \log 2}. \quad (1)$$

Quelles sont les politiques choisies par les consommateurs ?

(d) Dans quelle mesure peut-on dire que le consommateur bénéficie de la subvention qu'il a librement choisie ?