

Micko
§3/11

Nouveau cadre : les préférences ne supposent pas des formes particulières de l'utilité (mis à part les propriétés de monotonie, continuité)

3^e propriété : convexité

1^{re} et 2^e propriétés : permettent d'expliquer le TMS.

⇒

$$dx_2 = \frac{du^1(x^1)}{dx_1} \times dx_1$$

ne pas oublier le "−" car on se prive d'une certaine quantité

← ⊖

l'on doit ajuster.

Deux TMS possibles : bien 1 et bien 2.
 (⇒ quantité de biens 2 que l'on doit ajuster. (= ordre 1 → bien dont on modifie la consommation initialement))

Cobb - Douglas → dans le cas de cette fonction, le TMS est :

$$TMS_{12}^1 = \frac{\alpha}{1-\alpha} \times \frac{x_2^1}{x_1^1}$$

on a aussi :

$$dx_1 = - \frac{du^1(x^1)}{dx_2} \times dx_2$$

$$TMS_{21}^1 = \text{inverse de } TMS_{12}^1 \Rightarrow \frac{1}{TMS_{12}^1}$$

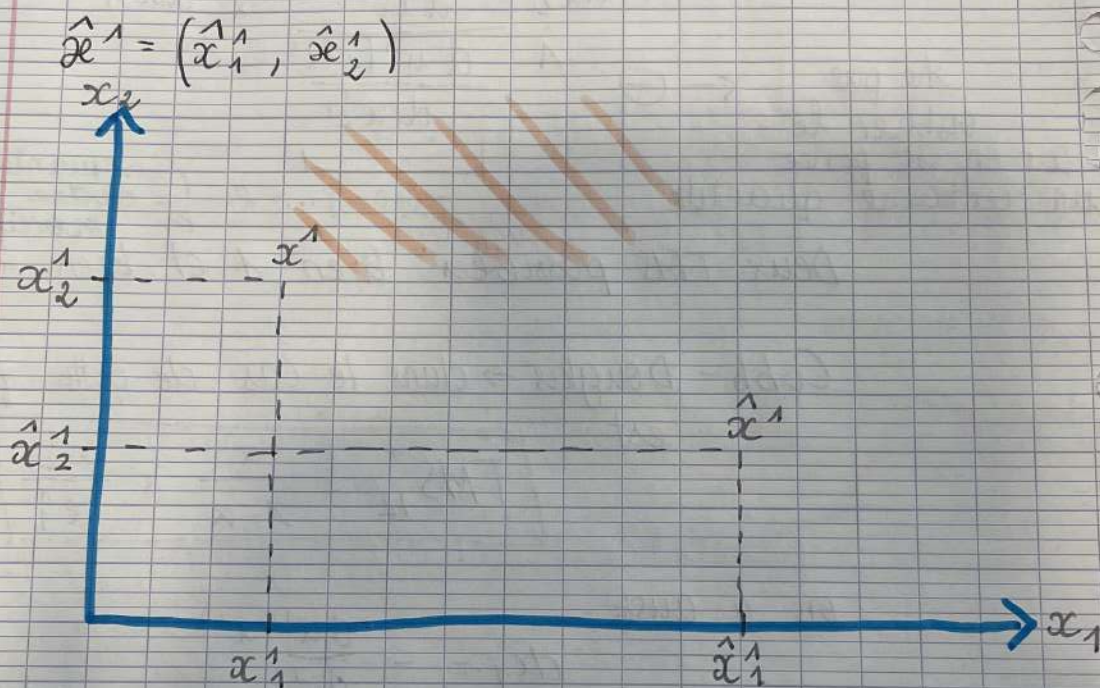
3) TROISIÈME Propriété : CONVEXITÉ

Changement d'utilité lorsque l'on fait des combinaisons (et non des modifications) de plusieurs paniers de consommation.

$x^1 \rightarrow$ panier de biens de monsieur 1.

$x^1 = (x_1^1, x_2^1) \Rightarrow$ panier de biens 1 et 2.

$\hat{x}^1 \rightarrow$ l'utilité que je retire lorsque je consomme chacun de ces deux paniers (x^1 et $\hat{x}^1$) est la même. En différent $\hat{x}^1$ et $x^1 \Rightarrow u(x^1) = u(\hat{x}^1)$.



$x^1 \rightarrow$ beaucoup de bien 2 et peu de bien 1

Pour être indifférent entre les deux paniers: circonstances impossibles, exemple: plus de bien 1 et plus de bien 2 dans le panier $\hat{x}^1$ car les préférences sont monotones.

$\Rightarrow$ si $\hat{x}^1$ se trouve dans cette zone, $u(\hat{x}^1) > u(x^1)$
(si ya Θ de bien 1 et 2)
et inversement, on aura $u(\hat{x}^1) < u(x^1)$.

Micro
23/11
Feuille 2

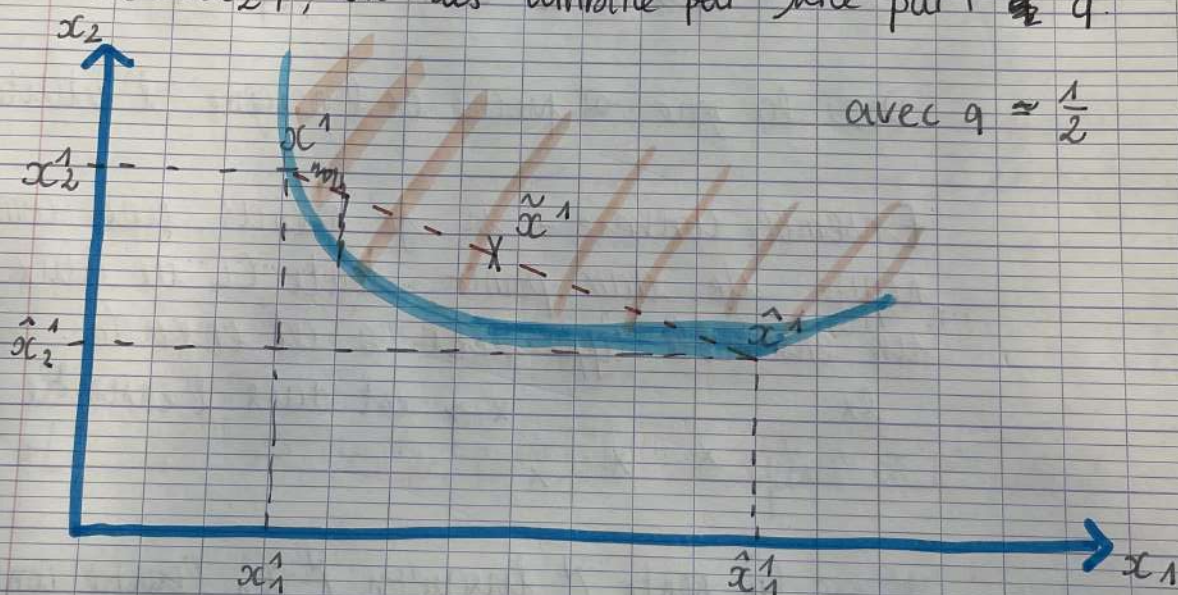
Comment change mon utilité lorsque je combine les deux paniers? ce panier est noté $\tilde{x}^1$.

$\tilde{x}^1 \rightarrow$ combinaison linéaire de x^1 et $\hat{x}^1$, moyenne pondérée par alpha q

$$\tilde{x}^1 = q x^1 + (1-q) \hat{x}^1 \quad \text{avec } q \in [0, 1].$$

$$\tilde{x}^1 = \begin{pmatrix} \tilde{x}_2^1 \\ \tilde{x}_1^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q x_1^1 + (1-q) \hat{x}_1^1 \\ q x_2^1 + (1-q) \hat{x}_2^1 \end{pmatrix}$$

Ces deux paniers déséquilibrés (peu de bien x_1 et beaucoup de bien x_2), on les combine par une part q .



on aurait pu aller sur n'importe quel point de ---
D'après l'hypothèse de convexité, on a :

$$u^1(\tilde{x}^1) \geq q u^1(x^1) + (1-q) u^1(\hat{x}^1)$$

Si on consomme le panier qui correspond à un panier plus équilibré (moyenne de deux paniers à l'extrême), l'utilité sera supérieure.

La seule façon d'obtenir cette relation : l'utilité $u^1(x)$

$$= u^1(x^1) = u^1(\tilde{x}^1)$$

L'ensemble des x qui sont tels que l'utilité que je retire en consommant le panier x est la même que celle que je retirerais en consommant le panier x^1 ou le panier $\tilde{x}^1$.

— : Courbe qui doit passer pour chaque x^1 et $\tilde{x}^1$ que l'on pourrait prendre dans le plan qui doit passer à gauche du point $\tilde{x}^1$.

— : tous les paniers ont la même utilité
 $u^1(\tilde{x}^1) > u^1(x^1) (= u^1(\tilde{x}^1)) = \bar{u}^1$

→ ensemble des x tq $u^1(x) > \bar{u}^1$

Dans la zone $\oplus$ proche de l'origine, l'utilité est $< \bar{u}^1$.

Ensemble convexe = si je prends une combinaison linéaire de deux points, toute CL de deux points dans un ensemble appartient à cet ensemble.

ex :

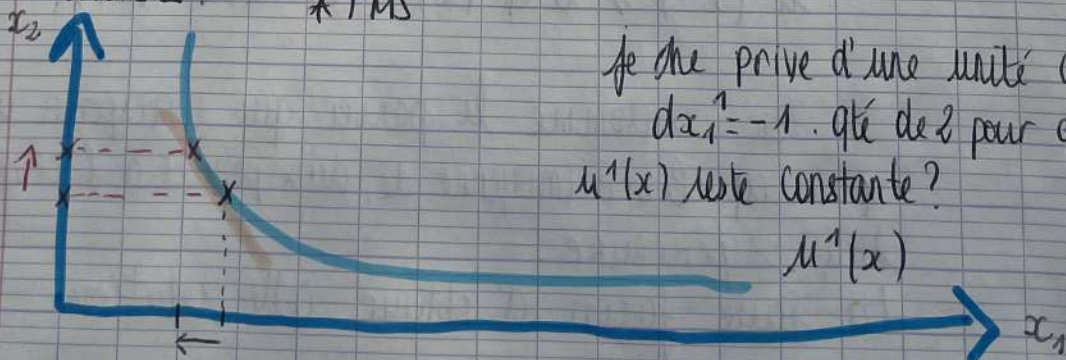
$x \rightarrow$ est dans l'ensemble convexe

$x - x - x$

— : la pente $\nearrow$ lorsqu'on $\nearrow x_1$. Courbe convexe.
 appelée courbe d'indifférence

NB/ une fct^e d'utilité concave correspond à des préférences convexes.

*TMS



$$TMS_{12}^1 dx_1^1 = dx_2^1 > 0$$

$$= TMS_{12}^1$$

je me prive d'une unité de bien 1
 $dx_1^1 = -1$. qte de 2 pour que
 $u^1(x)$ reste constante?
 $u^1(x)$

Micro
23.11
Feuille 3

lien entre le TMS et la pente de la tangente de la courbe d'indifférence (= relation entre 1 et 2 tq l'utilité reste constante).

$$\boxed{\text{Pente} = -TMS_{12}^1}$$

Si on consomme énormément de bien 1, il nous faut peu d'unité(s) de bien 2 pour compenser la perte d'une unité de bien 1 $\Rightarrow$ concavité (utilité marginale que $\searrow$ avec les qtés).

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -TMS = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \times \frac{x_2^1}{x_1^1}$$

De combien change cette pente pour une modification du bien 1 mais que je reste sur la courbe d'indifférence
* Changement de la pente :

$$\Rightarrow \frac{d}{dx_1} \left(\frac{dx_2}{dx_1} \right) = -\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \times \frac{d}{dx_1} \left(\frac{x_2^1}{x_1^1} \right)$$

* L'utilité doit rester constante: on ajuste la qté de 2.

$$\Rightarrow -\frac{\alpha}{1-\alpha} \times \frac{dx_2^1}{dx_1^1} x_1^1 - x_2^1 \times 1 \quad (\text{on a dérivé})$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

$$g(x) = x$$

$$\Rightarrow -\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \times \frac{1}{(x_1^1)^2} \left[-\frac{\alpha}{1-\alpha} \times \frac{x_2^1}{x_1^1} \times x_1^1 - x_2^1 \right]$$

$$\Rightarrow -\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \times \frac{1}{(x_1^1)^2} \left[-\frac{\alpha}{1-\alpha} - 1 \right] x_2^1$$

$$\Rightarrow \frac{-\alpha - (1-\alpha)}{1-\alpha} = \frac{1}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{1-q} \times \frac{x_2^1}{(x_1^1)^2} \times \frac{1}{1-q} > 0 \quad \text{car q\acute{e} positives et } q \in [0; 1]$$

La pente de la tangente à la courbe d'indifférence change avec x_1 dans un sens positif (elle $\nearrow$).
 $-\infty \rightarrow 0$.

Dans le cas Cobb-Douglas, les préférences sont bien des préférences convexes.

Rq: α utilité Cobb-Douglas est concave

Ceci conclut le I. de ce chapitre.

II/ Échanges volontaires

Point de référence: dotations initiales notées w_i

$l \rightarrow$ le bien $i \rightarrow$ individu qui échange.

dotation initiale de H^1 : $w^1 = (w_1^1, w_2^1)$.

" de H^2 : $w^2 = (w_1^2, w_2^2)$

équivalent de $\bar{m}$ dans le 1^{er} chap. (mais pas de dotat^o en biens car ils étaient produits)

On suppose que les 2 biens existent dans l'économie

En q^{te} finie, on ne se préoccupe pas de la prod^o.

économie d'échange $\rightarrow$ certaine ressource en bien 1 et en bien 2, répartie entre les agents.

Ces 2 grandeurs ne sont pas produites, elles existent $\rightarrow$ pas d'entreprise.

Sous quelles conditions ces biens peuvent-ils être l'objet d'un échange?

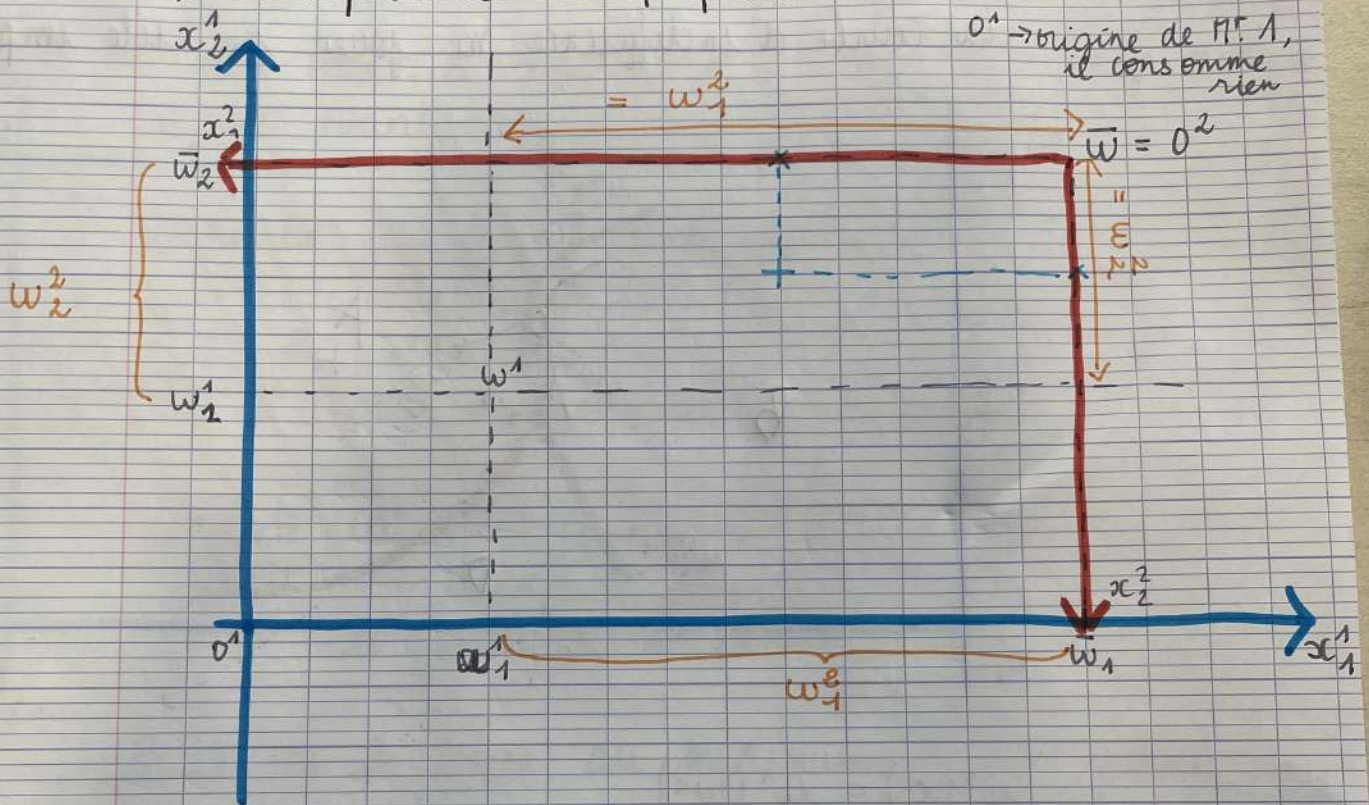
A-t-il intérêt de changer ces dotations?

MICRO
23.11
Feuille 4

Le TMS va jouer un rôle important.

4 grandeurs : $\bar{w}_1 = w_1^1 + w_1^2$, qté totale de bien 1
 $\bar{w}_2 = w_2^1 + w_2^2$, qté totale de bien 2

On va représenter ces 4 quantités simultanément :



Ce que possède Mr. 2 est ce que Mr. 1 ne possède pas.
 $\bar{w}$ est le milieu de $O^1 \rightarrow O^2$ lorsque Mr. 2 ne consomme rien (O^2)

+ $\rightarrow$ qté consommée par Mr. 2, se mesure alors à partir de l'origine de Mr. 2 ($= O^2$)

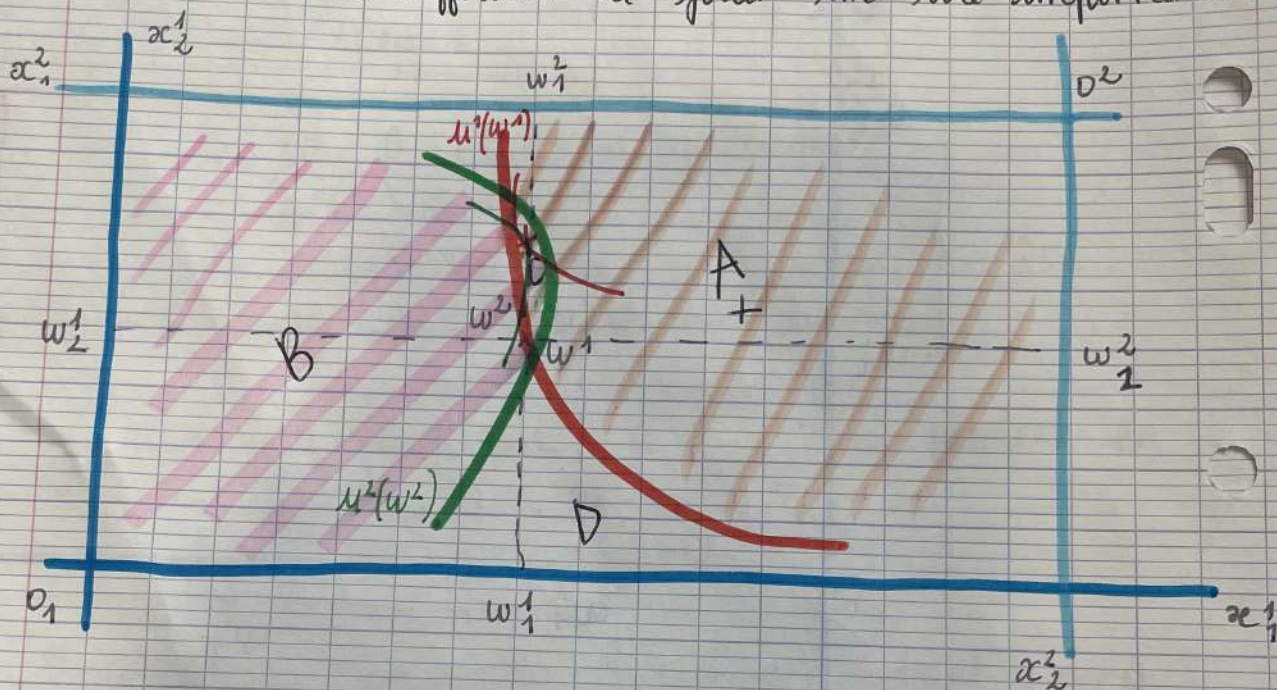
$\Rightarrow$ PRINCIPE DE LA BOITE D'EDGEWORTH, Francis Ysidro

Il a introduit cette représentation graphique.

On va maintenant essayer de représenter les circonstances de l'échange.

La situation finale, puisque l'échange est volontaire est meilleure pour les deux personnes que la situation initiale.

La courbe d'indifférence va jouer un rôle important.



$$u^1(x) = u^1(w^1)$$

$$u^2(x) = u^2(w^2)$$

On a représenté les courbes d'indifférence qui passent par la dotation initiale.

Existe-t-il des situations dans lesquelles M^1 et M^2 pourraient s'entendre et échanger des biens?

M^1 pour échanger, doit y gagner ($\nearrow$ de l'utilité)
De même pour M^2 .

= M^1 voit son utilité $\nearrow$

= M^2 voit son utilité $\nearrow$

MICRO
23.11
Feuille 5

Dans la zone A : $x = (x_1, x_2) = (x_1^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2)$
tg $u^1(x^1) > u^1(w^1)$
s'il n'échange pas

Point A $\rightarrow$ monsieur 1 y gagne mais monsieur 2 y perd
 $u^2(x^2) < u^2(w^2)$.

Dans cette situation, il n'y a pas d'échange mutuellement avantageux

Dans la zone B, situation symétrique
 $u^1(x^1) < u^1(w^1)$
et $u^2(x^2) > u^2(w^2)$

Pas d'échange mutuellement avantageux

Zone D : catastrophique, M^r 1 et M^r 2 perdent en utilité :
 $u^1(x^1) < u^1(w^1)$
et $u^2(x^2) < u^2(w^2)$.

Dans ces 3 zones, au minimum 1 agent y perd.

Dans la zone C $\rightarrow$ les deux y gagnent
 $u^1(x^1) > u^1(w^1)$
et $u^2(x^2) > u^2(w^2)$

Il existe des échanges mutuellement avantageux.
(des possibilités d'échange)

M^r 1 cède du bien 1 et M^r 2 cède du bien 2.

Dans quelles circonstances il n'y aurait plus d'échange possible? cf. point rouge (x)

La $\Rightarrow$ Lorsque les deux courbes d'indifférence sont tangentes.